كلية الطوسي الجامعة

اسم المقرر : الاحصاء التربوي

نوع المقرر : فصلي (الفصل2)

عدد الوحدات : 2

القسم : التربية الاسلامية

المرحلة : الثانية

استاذ المادة : م.م ثائر كامل حسين

2022-2023م

المحاضرة الاولى

الفصل الاول

الاحصاء

Statistics

مفهوم الاحصاء :

لكلمة الاحصاء معان مختلفة تتباين تبعا لتباين الافراد . فبعض الافراد عندما يسمعون هذه الكلمة تتبادر الى اذهانهم الجداول والاعداد الخاصة بالسكان وعدد المواليد والوفيات ونشرة الصحف وغير ذلك ......

ان كلمة الاحصاء بمعنى الحصر والعد , فكرة قديمة يرجع منشأها الى عهد بعيد في تاريخ المدنية الانسانية .

بدأ استخدام الاحصاءلأول مرة في مجال الشؤون المتعلقة بأعمال الدول والحكومات وخاصة تلك المتعلقة بقضايا التنظيم وجمع الضرائب وما شابه ذلك . نرى مثلا في العصور الاسلامية ان الخليفة المأمون كان يقوم بعملية تعداد بين حين واخر ليعرف عدد ما لديه من الرجال ومقدرتهم على حمل السلاح والدفاع عن الوطن . لذلك فان اسم الاحصاء دخل في مفهوم (مجموعة الحقائق الخاصة لشؤون الدولة) وعليه فانه عبارة عن المقاطع stat – ist – ice (الدولة) .

واليوم ومع التطور العظيم الذي طرأ على المدنية وتقدم الحياة بمختلف مجالاتها وبعد ان دخل موضوع التخطيط في جميع مرافق الدولة والمؤسسات والشركات والبنوك وحيث ان الاحصاء هو العصب المهم في عملية التخطيط لذا فان الاحصاء اصبح مهما جدا في جميع مرافق الحياة واصبح عنصرا اساسيا في جميع المجالات واصبحت له دراسات مختلفة وفروع . فهناك الاحصاء الرياضي والاحصاء الاقتصادي والاحصاء الزراعي والاحصاء التربوي وفروع اخرى .

والاحصاء بمعناه الحديث وسيلة وبحث ودراسة مرافق الحياة بشتى انواعها لتطوير الحياة الى الافضل .

الاحصاء : هو ذلك العلم الذي يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول منها الى استنتاجات وقرارات مناسبة . ويمكن تقسيم الاحصاء الى قسمين:

1– الاحصاء الوصفي (Descriptive statistics)

2 – الاحصاء الاستنتاجي او الاستدلالي (Inferential statistics)

<u>اهمية الاحصاء</u> :

نظرا لاستخدام الاحصاء في مجالات وميادين متعددة ومختلفة فقد اردف به اسم المجال التطبيقي كالاحصاء الزراعي والاحصاء الصناعي والاحصاء السكاني والاحصاء التربوي والنفسي وغيرها .

استخدم الاحصاء في علم الفلك في تحليل مشاهدات ارصاد الكواكب والنجوم وكذلك المشاهدات الخاصة بأحوال الجو والطقس وتقلباته والتنبؤ بها وتسجيلها .

وفي علم الاحياء في دراسة الاجناس والفصائل المختلفة للحيوان والنبات ومعرفة خصائص وصفات كل جنس بما يتميز به عن غيره ومقدار التباين والاختلاف بين افراد الجنس الواحد في تلك الخصائص التي تميز ذلك الجنس عن الاجناس الاخرى وفي علم الوراثة ساعدت على تقدمه وبنائه على اسس علمية متينة . فالاحصاء يعتبر الوسيلة والاداة الرئيسية التي تستخدم من قبل علماء الوراثة لدراسة العلاقات السببية بين خواص وصفات الاجيال المختلفة سواء كان ذلك في الحيوان او النبات. وكذلك التعرف على الصفات الوراثية وتمييزها عن الصفات المكتسبة .

وفي علم الاقتصاد يعتبر الاحصاء احد العناصر الاساسية التي يعتمد عليها علماء الاقتصاد في دراساتهم وبحوثهم كما يعتبر المحك الذي تختبر به النظريات الاقتصادية ومعرفة اهميتها في تفسير الظواهر المختلفة .

وفي علوم الاجتماع والسياسة تستخدم الاحصاءات كاداة لقياس درجة رفاهية الشعب وتقدم المجتمع ورقي مستوى الافراد ثقافيا وصحيا . حيث يمكن جمع البيانات الاحصائية المتعلقة بالحالة الثقافية كعدد الاميين ونسبتهم الى المجتمع وتوزيعهم حسب الجنس او المجال الحصاري في القرى والمدن وبيانات تخص الحالة الصحية للسكان وعدد الاطباء والمستشفيات .

وفي مجال التربية وعلم النفس فقد كان للاحصاء دور بارز في تقدم علم النفس واساليب القياس المستخدمة فيه وبخاصة تلك المتعلقة بعمليات القياس العقلي والخصائص النفسية المتعددة .

وقد ادى استخدام الاحصاء في علم النفس الى تطور البحوث النفسية التي تهدف الى دراسة البيئة والوراثة والتفاعل بينهما والاثر الناتج من هذا التفاعل في سمات الشخصية والسلوك البشري .

ان تعلم الاحصاء له اهمية بالنسبة لكل من له علاقة بمجال التربية وعلم النفس كالمعلم والاداري والمشرف والمخطط التربوي والباحث الاجتماعي والمرشد التربوي وغيرهم .

فكل هؤلاء يحتاجون الى معرفة اساسية في الاحصاء وذلك لاسباب كثيرة منها :

1 – ان اغلب المقالات والكتب والدراسات والبحوث ذات العلاقة المباشرة باعمال التربويين والنفسانيين والتي تنشر يوميا لا تخلو من البيانات الاحصائية ولو بابسط اشكالها كالمتوسطات او الانحرافات المعيارية وما شابه .

2 – ان الاحصاء يساعد العامل في حقل التربية على اداء عمله بشكل اكثر كفاءة وفاعلية . فهو ضروري للمعلم في تقويم تلاميذه بصورة موضوعية ومقارنة درجات تلاميذه في الاختبارات المختلفة عن طريق ملاحظة متوسط درجاتهم او الاشكال البيانية الموضحة لتلك الدرجات والتعرف على المختلفين والمتفوقين من التلاميذ مما يساعده على استعمال الاساليب التربوية الكفيلة بتنمية قدرات كل منهم . اما المخطط التربوي فان الاحصاء يساعده في تنظيم البيانات ومن ثم دراستها وتحليلها وملاحظة الاتجاهات العامة التي تساعده في دراسة الوضع الحاضرورسم صور المستقبل .

يمكن النظر الى الاحصاء من ثلاث زوايا متكاملة :

1 – الطريقة الاحصائية :(statistical method)

تعطينا كيفية اختيار العينة (sample) ثم جمع البيانات فدراسة البيانات رياضيا واستنتاج كل ما امكن من البيانات . فهي مجموعة من الاساليب والمعادلات الرياضية والقوانين والاجراءات التي تفيدنا عند بحث اي موضوع احصائي .

2 – النظرية الاحصائية : (statistical theory)

هي الدعامة العلمية التي تقوم عليها الطريقة الاحصائية او النظريات التي تفسر المعادلات والقوانين والاساليب التي تستعملها في الاحصاء ومن هذه الناحية يعتبر الاحصاء فرعا من فروع الرياضيات وعليه فالنظرية الاحصائية ترينا كيف اوجدت القوانين الرياضية التي استخدمت في الطريقة الاحصائية .

3 – الاحصاء التطبيقي : (Applied statistics)

هو تطبيق الاحصاء في الموضوع الذي نريد الاحصاء فيه فالشخص التطبيقي يحتاج الى معرفة في الطريقة الاحصائية ومعرفة كبيرة في الموضوع الذي يريد اجراء الاحصاء فيه اي ميدان البحث الذي يبحثه مثل ميدان علم النفس والتربية وعلم الاجتماع وعلم الاقتصاد وغير من المواضيع الاخرى .

ففي فرع الرياضيات فان الاحصاء ينقس الى :

1 – احصاء رياضي : ويتناول اكتشاف او استنتاج القوانين والنظريات الاحصائية وفقا لاسس رياضية .

2 – احصاء تطبيقي :

يستخدم تلك القوانين والنظريات في عمليات التحليل والمقارنة والاستنتاج في البحوث العلمية التي تجري في شتى المجالات .

-

المتغيرات والقياس

المتغيرات : (Variables)

وهي الاشياء التي تتم ملاحظتها ودراستها من قبل العلماء والتي تعتبر من الامور المعترف بها من قبل العلوم كافة . مثل الذكاء والعمر والطول والتحصيل والدخل وغيرها .

وللمتغير عدة مستويات لا تقل عن اثنين,فالشيء الذي لا يكون له اكثر من مستوى واحد لا يمكن ان يسمى متغيرا بل يسمى ثابتا .

ولكل مستوى قيمة تختلف عن قيمة المستويات الاخرى . فالذكاء مستويات يمكن ان يكون المستوى المنخفض والمستوى المتوسط والمستوى العالي .

والجنس مستويات المستوى الاول الذكور والمستوى الثاني الاناث .

وتحصيل التلاميذ في اختبار معين لهم في اجاباتهم مستويات فمنهم المستوى الممتاز ومنهم الجيد جدا ومنهم الجيد ومنهم المتوسط ومنهم المقبول وهكذا ...

ويغلب استخدام الرموز عادة في الاحصاء فالرمز (س) يعتبر متغيرا اذا كان يدل على الجنس او الدخل او التحصيل او اية صفة اخرى . والشيء نفسه يمكن ان يقال عن الرموز الاخرى مثل (ص , ع , م) وغيرها التي غالبا ما تستخدم للتعويض عن صفات وقيم معينة .

تصنيف المتغيرات :

يمكن ان تصنف المتغيرات وفقا لأبعاد متعددة منها :

1 – تصنيف المتغيرات تبعا لمصادرها :

تصنف المتغيرات في العلوم السلوكية عادة تبعا لمصادرها .

ووفقا لهذا التصنيف هناك على الاقل ثلاثة انواع للمتغيرات هي المتغيرات السلوكية والمتغيرات التنبيهية والمتغيرات العضوية . فالعدوان وردود الفعل عند الاطفال في دور الحضانة او اي سلوك نلاحظه يصدر من الفرد يمكن ان يعتبر مثالا للمتغيرات السلوكية . وان الاشياء المختلفة التي نلاحظها في البيئة او المواقف المختلفة تسمى بالمتغيرات التنبيهية مثل كل ما في البيئة من اشياء كالابنية والطقس والاجهزة المختلفة كالراديو والتلفزيون ومن مواقف كالصراخ والضرب والضحك والكلام وغيرها . واما المتغيرات العضوية فهي خصائص الاشياء العضوية كلون الشعر والطول والوزن ....الخ .

2 – تصنيف المتغيرات تبعا لقيمها :

ويعتمد هذا التصنيف للمتغيرات غلى القيم العددية التي يمكن ان تعطى لها . فالمتغيرات المستمرة : وهي التي يمكن ان يعطى لها اية قيمة رقمية ضمن مدى محدد ومعلوم ويمكن تمثيلها بنقط متتابعة لا حصر لها على مستقيم واحد بين كل وحدة والتي تليها عدد لا حصر له من القيم المتلاصقة . ومثال ذلك العمر والطول والوزن والتحصيل والذكاء والوقت.حيث يمكن ان تكون وحدات القياس صغيرا جدا ويمكن اعتبارالمتغيرالمستمر بانه المتغير الذي لا يمكن تحديد مقداره بالضبط وبكل دقة ومهما حددت من المقدار باصغر وحدة قياس .

والمتغيرات المتقطعة : التي لها قيم معينة ومحددة وتمثلها نقط منفصلة على المقياس . كمتغير الجنس والتي هي ذكور واناث لا غير وعدد الاطفال الموجودين في الصف واعداد المعلمين واعداد المدارس وغيرها .

3 – تصنيف المتغيرات تبعا لعلاقاتها السببية بمتغيرات اخرى :

فالمتغير الذي يحدث تغيرا في متغير اخر او اكثر ويؤثر فيه يسمى بالمتغير المستقل واما المتغير الذي يحدث فيه التغير او الاثر يسمى بالمتغير التابع .

فالمطر مثلا متغير مستقل والمحاصيل الزراعية متغير تابع .

طريقة تدريس معينة متغير مستقل والتحصيل متغير تابع .

الذكاء متغير مستقل والتحصيل الدراسي متغير تابع .

القياس : (Measurement))

هو نظام تصنيفي تعطى فيه للاشياء ارقاما خاصة بها لكي يسهل تسجيل وتلخيص الملاحظات ومعالجتها احصائيا .

مثل عمليات القياس في اعطاء الطول او المسافات ارقاما خاصة او القياس في المجالات التربوية والنفسية كاعطاء مستوى الذكاء او التحصيل ارقاما معينة .

<u>موازين القياس</u> : (Measurement scales)

1 – القياس الاسمي : (Nominal measurement)

ان عملية تصنيف الافراد او الوحدات في فئات نوعية تعتبر ابسط مستويات القياس وهو المسمى بالقياس الاسمي . مثلا تصنيف الكائن الحي مذكر او مؤنث .

في هذا النوع من القياس تكون كافة الوحدات او الافراد المنتمين الى فئة او مجموعة معينة لها خصائص وسمات مشتركة بها . فمجموعة الذكور لها سمات تميزها عن مجموعة الاناث, ومجموعة الكتب التربوية تتميز عن مجموعة الكتب الرياضية او التاريخية .

ومما يجدر ملاحظته في هذا النوع من القياس ان المجموعات او الفئات لا تتصنف تبعا لترتيب معين . وقد يعطى لكل مجموعة رقم خاص يدل عليها ويميزها عن غيرها مثلا للذكور رقم (1) وللاناث رقم (2) وهكذا . ان اعطاء الارقام للاشياء في هذا النوع من القياس هوعملية اختيارية يتصرف بها الباحث او القائم بالملاحظة

2 – القياس الرتبي : (Ordinal Measurement)

وهو عبارة عن تصنيف الاشياء او الوحدات في مجموعات متمايزة وفق نظام معين قد يكون تنازليا او تصاعديا , يستخدم عادة في الحالات التي لا يمكن فيها معرفة مقدار العينة المراد دراستها بالضبط وفي حالة عدم وجود مقياس اخر اكثر دقة . مثل قياس مشاكسات التلاميذ ونشاطهم وهدوئهم وقياس الجمال او درجة اللون وقياس الطول تنازليا او تصاعديا , وتصنيف الطلبة (ممتاز , جيد جدا , جيد , متوسط , مقبول , ضعيف , ضعيف جدا) , ومراحل الدراسة مثل مرحلة الابتدائية (1 , 2 , 3 ,000 , 6) او الثانوية وغير ذلك من الامثلة .

3 – القياس الفاصل : (Interval Measurement)

هو ذلك القياس الذي بواسطه يمكن تصنيف الاشياء والوحدات وفق ترتيب معين وبمسافات فاصلة ذي وحدات متساوية ذات معنى . كقياس درجات الحرارة بالمحارير وقياس ذكاء الاطفال او تحصيل التلاميذ بواسطة الانواع المختلفة للاختبارات .

ان هذا النظام للقياس يتصف بوجود فروق متساوية ووحدة قياس معلومة وعلى هذا الاساس فانه بامكاننا اضافة او طرح اي رقم من كل قيمة من القيم التي تم قياسها بهذا النظام دون فقدان الخصائص الاساسية للمقياس وذلك لوجود (الصفر) النسبي الذي يتميز به هذا النظام . فالقول بان درجة الحرارة هذا اليوم تساوي صفرا لا يعني انعدام وجود الحرارة لان وجود (الصفر) لا يدل على عدم وجود الخاصية او الصفة . فالصفر نسبي وليس مطلق . واذا حصل طفل على درجة (صفر) في اختبار للذكاء فهذا لا يعني بان الطفل عديم الذكاء ومن يحصل في اختبار تحصيل القراءة على درجة (صفر)فهذا لا يدل على ان الشخص لا يعرف القراءة مطلقا فالصفر في هذا النوع من القياس تم وضعه اعتباطا مع الاخذ بنظر الاعتبار بانه قيمة وهناك قيم تزيد عليه او تقل عنه .

4 – القياس النسبي : (Ratio Measurement)

وهو القياس الذي يكون فيها نسبة الارقام الى بعضها ذات دلالة ومعنى على عكس القياسات السابقة . وان له كافة خصائص النظام الفاصل للقياس ولكنه يتميز عنه بوجود الصفر المطلق .

فالصفر في القياس النسبي يعني انعدام الصفة وعدم وجودها فاذا قلنا ان هذا الشيء وزنه او طوله او ارتفاعه (صفر) فهذا يدل على انعدام هذه الصفات اي وزن او طول او ارتفاع لهذا الشيء . ولو قلنا ان الدخل الشهري لفرد معين (صفر) فهذا يعني ان هذا الشخص لا دخل له .

ان اضافة او طرح اية قيمة الى قيم المتغيرات يؤذي الى تغيير اساسي في طبيعة القياس . وذلك لان الصفر مطلق . وان الصفر هو النهاية , فاذا قلنا ان شيئين احدها يزن (15) كيلوغرام

والاخر يزن (10) كيلوغرام واردنا ان نطرح من كليهما (15) كيلوغرام فان النتيجة ستكون (صفرا) للاثنين لأنه لا يعقل ان تكون درجة

وزن الثاني (-5) .

المجتمع والعينة

مفهوم المجتمع في الاحصاء :

من الشائع ان المجتمع هو مجموعة من الافراد , كالمجتمع العربي او المجتمع العراقي والافراد ذوي خصائص معينة . وهنا المجتمع هو كافة الافراد الذين يقطنون في منطقة جغرافية معينة في وقت معين .

اما في الاحصاء فان مفهوم المجتمع يستخدم في مجالات اوسع فهو لا يشمل مجتمع الافراد فحسب بل يشمل المجموعات المخلفة للموضوعات المختلفة من حيوان ونبات وانسان وادوات واشياء مهما كانت على ان تكون ذات خصائص مشتركة ولهذا فيمكن للاحصائي ان يعرّف المجتمع تبعا لاغراضه الخاصة بانه مجموعة معينة من الحيوانات او الاشجار او الافراد او الحشرات او المناضد والكراسي وما شابه . ويمكن ان يكون المجتمع لباحث تربوي مجموعة معينة من الطلاب كأن يكونوا طلبة كلية الطب في العراق او غير ذلك .

ويمكن تصنيف المجتمعات الى نوعين :

المجتمع المحدود : وهو الذي يمكن حساب عدد افراده كما في حالة اعداد التلاميذ او عدد افراد الشعب العراقي .

المجتمع غير المحدود : كما في حالة عدد الملاحظات او التجارب العلمية او عدد المحاضرات التي تلقى في المدارس في كافة انحاء العالم .

تتألف معظم المجتمعات من اعضاء متباينين لهم خصائص مشتركة ويمكن تحديدهم على ان هناك مجتمعات لا يمكن تحديدها بسبب عدم تمايز اعضائها كما في حالة السوائل والاقمشة وما شابه . لهذا نتبع اساليب مختلفة لتحديد اعضائها كالمتر واللتر او الغالون وما شابه من الوحدات .

ولعل ما يهم الاحصائي هو الخصائص الكمية العددية للمجتمعات (المتغيرات الكمية) التي يمكن التعبير عنها بالارقام . وتسمى هذه الخصائص الكمية للمجتمع بالمؤثرات , فالمؤثر هو احدى خصائص المجتمع .

العينة : (Samples)

يصعب دراسة خصائص المجتمعات الكبيرة او التعرف عليها بصورة دقيقة بسبب ما يواجه الباحث من عقبات لتغطية دراسة المجتمع باكمله لذلك فهو يلجأ الى اخذ جزء صغير من المجتمع يقوم بدراسته وتحليله ويسمى هذا الجزء بالعينة .

وعند دراسة العينة يتم التعرف على خصائصها وتسمى (التقديرات) حيث تكون كل قيمة في العينة عبارة عن (تقدير) للمؤثر في المجتمع . اذ ان قيمة المؤثرات في المجتمعات تكون غير معلومة بسبب صعوبة او استحالة قياسها , لذلك ولاجل التعرف على قيم هذه المؤثرات تؤخذ تقديرات لها باستخدام عينات صغيرة من هذه المجتمعات ولكي يكون التقدير دقيقا يجدر ان يتبع اسلوب معين في اختيار العينة وتوجد طرق عديدة ومتباينة لكيفية اختيار العينة من المجتمع ومنها :

1 – العينة العشوائية البسيطة : (Simple Random Sample)

لاجل ان تكون العينة ممثلة للمجتمع يجب اختيار اعضاؤها بطريقة عشوائية بحيث يكون لاختيار عضو من المجتمع علاقة باختيار اي عضو اخر , اي يجب ان يكون اختيار اي عضو مستقلا عن اختياراي عضو اخر. يمكن اختيارالعينة لمجتمع محدود بان تسجل اسماء افراد المجتمع على قصاصات من الورق ثم توضع في صندوق يسحب منه عدد يساوي عدد افراد العينة .

كما يمكن استخدام الجداول العشوائية للارقام لاختيار العينة من المجتمع .

2 – العينة الطبقية العشوائية : (Stratified Random Sample)

في هذه الحالة ينبغي تقسيم المجتمع الى اقسام مختلفة ثم يؤخذ من كل قسم منها عينة بطريقة عشوائية . فاذا كان المجتمع يتألف من ذكور واناث فيجب ان تؤخذ عينة عشوائية من الذكور واخرى من الاناث واذا كان المجتمع هو تلاميذ المدرسة الابتدائية فيمكن ان يقسم هذا المجتمع الى ستة اقسام حسب الصفوف ثم يؤخذ من كل صف عين بطريقة عشوائية .

الرموز الاحصائية : (Statistical Notations)

سوف نستعمل الرمز والمعادلات اللاتينية كما هي بدون تعريب وذلك لكونها رموزا عالمية من جهة ولسهولة الاستفادة والاستنارة بالمراجع الاجنبية ولعدم وجود اتفاق تام في الوقت الحاضر على تغريبها من جهة اخرى .

سنرمز للمتغير y ولكل قيمة له بالرمز y_i فلو كانت اعمار طلاب كالاتي :

(20 , 18 , 24 , 22 , 16) سنة فنكتب :

$$y_i = 20 , 18 , 24 , 22 , 16$$

اي ان $y_1 = 20$ اي القيمة الاولى للمتغير او المشاهدة الاولى

و $y_2 = 18$ اي القيمة الثانية للمتغير او المشاهدة الثانية

وهكذا ----- الى $y_n = 16$ اي القيمة الاخيرة $(n = 5)$ للمتغير او المشاهدة الاخيرة ويرمز لمجموع قيم المتغير بالرمز $\sum_{i=1}^{n} yi$ فالرمز $\sum$ هو حرف اغريقي يسمى (sigma) اي مجموع والرقمان $n , 1$ هما حدا المجموع .

وعليه فالرمز $\sum_{i=1}^{n} yi$ يقرأ كالاتي :

مجموع قيم y مبتدأ من المشاهدة الاولى وحتى الاخيرة اي :

$$\sum_{i=1}^{n} yi = y_1 + y_2 + y_3 + --- + y_n$$

وللاختصار والسهولة قد يكتب الرمز بدون ذكر حدي المجموع $(\sum y_i)$ فقط

وهناك مجموع جزئي مثل $\sum_{i=3}^{5} yi$ اي المشاهدة الثالثة والرابعة والخامسة

$$\sum_{i=3}^{5} yi = y_3 + y_4 + y_5$$

ويرمز لمجموع مربعات جميع المشاهدات بالرمز $\sum_{i=1}^{n} y_i^2$ ويساوي

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = y_1^2 + y_2^2 + --- + y_n^2$$

ويرمز لمربع مجموع المشاهدات بالرمز $(\sum_{i=1}^{n} yi)^2$

$$(\sum_{i=1}^{n} yi)^2 = (y_1 + y_2 +--- + y_n)^2$$

كما يرمز لمجموع حاصل ضرب قيم متغيرين x , y بالرمز $(\sum x_i)(\sum y_i)$

$$(\sum x_i)(\sum y_i) = (x_1 + x_2 + --- + x_n)(y_1 + y_2 + --- + y_n)$$

مثال : نفرض ان قيم المتغير x هي :

$x_i = 4 , 2 , 3 , 7$

وان قيم المتغير y هي : $y_i = 3 , 9 , 6 , 2$

اوجد قيمة كل مما يأتي :

$a - \sum_{i=1}^{n} yi$ $\quad$ $b - \sum_{i=2}^{3} xi\ yi$ $\quad$ C - $\sum y_i^2$

d – $(\sum y_i)^2$ $\quad$ e - $\sum x_i y_i$ $\quad$ f – $(\sum x_i)(\sum y_i)$

<u>الحل</u> :

a - $\sum y_i = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 3 + 9 + 6 + 2 = 20$

b - $\sum_{i=2}^{3} yi = y_2 + y_3 = 9 + 6 = 15$

c - $\sum y_i^2 = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 = (3)^2+(9)^2+(6)^2+(2)^2 = 130$

d – $(\sum y_i)^2 = (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)^2 = (3+9+6+2)^2 = (20)^2 = 400$

e - $\sum x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4$

$= (4)(3) + (2)(9) + (3)(6) + (7)(2) = 62$

f – $(\sum x_i)(\sum y_i) = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)$

$= (16)(20) = 320$

بعض القواعد المفيدة في عملية الجمع :

قاعدة (1) : اذا كانت (c) اي عدد ثابت فان :

$$\sum_{i=1}^{n} c = nc$$

البرهان : $\sum_{i=1}^{n} c = c_1 + c_2 + --- + c_n = nc$

قاعدة (2) : اذا كانت (c) اي عدد ثابت فان :

$\sum c\, y_i = c \sum y_i$

البرهان : $\sum c\, y_i = c\, y_1 + c\, y_2 + --- + c\, y_n$

$= c\,(y_1 + y_2 + --- + y_n) = c \sum y_i$

قاعدة (3) : جمع قيم متغيرين او اكثر هو مجموع جمعهم اي :

$\sum (x_i + y_i) = \sum x_i + \sum y_i$

البرهان :

$\sum (x_i + y_i) = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + --- + (x_n + y_n)$

$= (x_1 + x_2 + --- + x_n) + (y_1 + y_2 + --- + y_n) = \sum x_i + \sum y_i$

هذا ويجب التفريق بين بعض الرموز الاحصائية مثل :

$\sum \frac{xi}{yi} = x_1 /y_1 + x_2/y_2 + --- + x_n / y_n$

بينما $\frac{\sum xi}{\sum yi} = (x_1 +x_2 + --- +x_n) / (y_1 + y_2 + --- +y_n)$

كذلك فان $\sum (x_i – 3) = \sum x_i – n\,(3)$

تختلف عن $\sum x_i – 3$

مثال : اذا علمت ان قيم كل من المتغيرين y , x هي كالاتي :

$y_i = 3 , 9 ,6 , 2 \quad , \quad x_i = 2 , 6 , 3 , 1$

a - $\sum (y_i – x_i)^2$ b - $\sum (x_i – 3)(y_i – 5)$ c - $\sum x_i\, y_i^2$ d - $\sum(y_i-3)$

e - $\sum x_i - 3$ f - $\sum \frac{xi-2}{yi}$ g - $\frac{\sum(xi+2}{\sum yi}$ h - $\sum y_i - (\sum y_i)^2/ n$

i - $\sum x_i y_i - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}$

الحل:

a - $\sum (y_i - x_i)^2 = (y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_i)^2 + (y_3 - x_i)^2 + (y_4 - x_4)^2$

$= (3 - 2)^2 + (9 - 6)^2 + (6 - 3)^2 + (2 - 1)^2 = 20$

طريقة اخرى : $\sum (y_i - x_i)^2 = \sum (y_i^2 - 2 y_i x_i + y_i^2)$

$= \sum x_i^2 - \sum 2 x_i y_i + \sum y_i^2$ → complete

b - $\sum (x_i - 3)(y_i - 5) = (x_1 - 3)(y_1 - 5) + (x_2 - 3)(y_2 - 5) +$

$(x_3 - 3)(y_3 - 5) + (x_4 - 3)(y_4 - 5)$

$= (2- 3)(3- 5)+(6- 3)(9- 5)+(3- 3)(6- 5)+(1- 3)(2- 5) = 20$

c - $\sum x_i y_i^2 = x_1 y_1^2 + x_2 y_2^2 + x_3 y_3^2 + x_4 y_4^2$

$= (2)(3)^2 + (6)(9)^2 + (3)(6)^2 + (1)(2)^2 = 616$

d - $\sum (y_i - 3) = \sum y_i - \sum (3) = \sum y_i - n(3) = 20 - (4)(3) = 20 - 12 = 8$

e - $\sum y_i - 3 = 20 - 3 = 17$

f - $\sum (x_i - 2)/y_i = (x_1 - 2)/y_1 + (x_2 - 2)/y_2 + (x_3 - 2)/y_3 + (x_4 - 2)/y_4$

$= (2 + 2)/3 + (6 + 2)/9 + (3 + 2)/6 + (1 + 2)/2$

$= 4/3 + 8/9 + 5/6 + 3/2 = 164/ 36$

g - $\sum (x_i + 2)/\sum y_i = (\sum x_i + n(2))/ \sum y_i = (12 + 8)/20 = 1$

h - $\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2/ n = (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2) - (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)^2/4$

$= (3)^2 + (9)^2 + (6)^2 + (2)^2 - (3 + 9 + 6 + 2)^2/4$

$= 130 - (20)^2/4 = 130 - 100 = 30$

$$i - \sum x_i y_i - ((\sum x_i)(\sum y_i))/n = (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4) - ((\sum x_i)(\sum y_i))/n$$

$$= (2)(3) + (6)(9) + (3)(6) + (1)(2) - ((12)(20))/4$$

$$= 80 - 60 = 20$$

الفصل الثاني

طرق عرض البيانات:

هناك طرق مختلفة تستخدم عادة لاجل عرض البيانات بشكل منظم ومرّكز وواضح .
والهدف الرئيسي من استخدام هذه الطرق في عرض وتنظيم البيانات هو تسهيل مهمة الباحث او الاحصائي ومساعدته على تقديم ما لديه من بيانات كثيرة ومتنوعة واعطاء صورة عما يهدف اليه من هذه البيانات بشكل منظم وواضح يسهل فهمه وادراكه بسرعة اكثر مما لو بقيت تلك البيانات والمعلومات على وضعها الاصلي . واهم هذه الطرق :

1 – الاشكال البيانية :

تعتبر الاشكال البيانية من الطرق الفعالة في توضيح اية نقطة او موضوع قد لا يمكن توضيحه بعدة جداول احصائية .

فالجداول الاحصائية مهما كانت مبسطة ومنظمة لا تصل الى ادراك القارئ بنفس السهولة التي تصل اليه الرسوم والاشكال البيانية .

وللاشكال البيانية انواع كثيرة يصعب حصرها في هذا الفصل ونشير الى اهمها فيما يأتي :

أ – الاشكال المصورة : (Pictogram)

تعتبر الاشكال البيانية المصورة ذات اهمية كبيرة لايصال المعلومات الى الاوساط غير العلمية وغير المتخصصة بصورة مشوقة وواضحة اذ يتمكن الشخص الاعتيادي ادراك نوع وحجم البيانات بسرعة فائقة لا يمكن ان تحصل في حالة عرض نفس النوع والحجم من البيانات بواسطة الجداول الاحصائية ولاجل استخدام هذا النوع من الاشكال البيانية فانه يتطلب الاشارة الى نوع البيانات بواسطة صورة واضحة مصغرة او رمز معين ليدل على ذلك النوع . كما ان حجم البيانات يتم تمثيلها بواسطة عدد تلك الصور او الرموز .

مثال : نفرض عدد الاطفال المسجلين في رياض الاطفال العراقية في ثلاث سنوات هي كما في الجدول (1) .

الجدول (1)

عدد الاطفال المسجلين في رياض الاطفال العراقية

السنة	العدد
1970	14000
1972	16000
1974	34000

يمكن استخدام صورة مصغرة لطفل على ان تمثل هذه الصورة اي عدد معين من الاطفال مثلا (2000) وعند ذلك يمكن تصميم الشكل المصور كما هو موضح في الشكل التالي :

الشكل (1)

شكل مصور يوضح عدد الاطفال في رياض الاطفال العراقية في ثلاث سنوات

السنة	

1974	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
1972	x	x	x	x	x	x	x	x									
1970	x	x	x	x	x	x	x										

عدد الاطفال

X = 2000 طفل

ب – المخططات الدائرية : (Pie charts)

يستخدم هذا النوع عندما تكون لدينا مجموعة معينة من البيانات ذات انواع او مستويات متعددة يمثل كل نوع منها جزءا فرعيا من المجموع العام للبيانات . فعندما تكون لدينا مثل هذه البيانات يمكن عرضها بشكل دائرة مقسمة الى اجزاء متعددة يمثل كل جزء من الدائرة نوعا معينا من البيانات وتتناسب مساحة ذلك الجزء من الدائرة مع حجم البيانات الجزئية , كما يمكن استخدام مختلف الاساليب لجعل هذه الاشكال الدائرية شيقة تجلب انتباه الاشخاص . ومن مثل هذه الاساليب تميز اجزاء الدائرة بواسطة الوان خاصة لكل جزء منها او بواسطة تخطيطها او تضليلها .

مثال : كيف يمكن تمثيل البيانات الخاصة باعداد الطلبة المسجلين في فروع التعليم المهني في العراق بواسطة المخطط الدائري .

الجدول (2)

عدد الطلبة المسجلين في فروع التعليم المهني في العراق في العام الدراسي

1972 – 1975

فروع التعليم المهني	عدد الطلبة
الصناعي	8067
الزراعي	4112
التجاري	7782
الفنون المنزلية	1072
المجموع	21033

ولاجل تقسيم الدائرة بشكل دقيق ينبغي ايجاد النسبة المئوية لعدد الطلبة في كل فرع من فروع التعليم المهني بالنسبة للمجموع الكلي للمسجلين في هذا النوع من التعليم وبعد ذلك نضرب هذه النسبة في 3ر6 فتتكون لدينا قيم الزوايا لكل جزء من الاجزاء الجدول (3) .

الجدول (3)

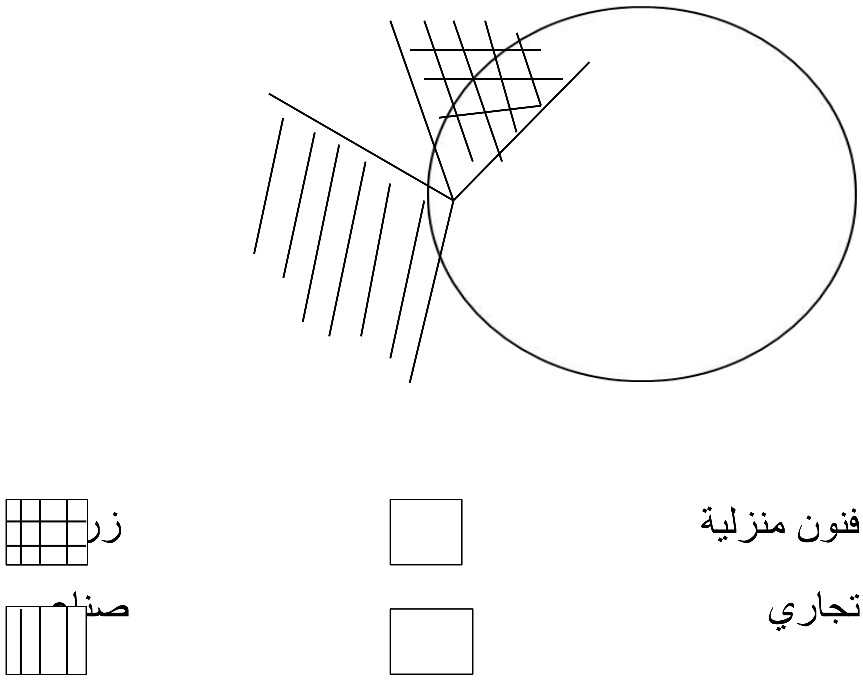
النسبة المئوية والزوايا لاعداد الطلبة في فروع التعليم المهني في العراق في العام الدراسي لسنة 1974 – 1975

فروع التعليم المهني	عدد الطلبة	النسبة المئوية	الزاوية
الصناعي	6067	38ر35	38ر35 × 3ر6 = 138ر06
الزراعي	4112	19ر55	19ر55 × 3ر6 = 70ر38
التجاري	7782	37ر00	37ر00 × 3ر6 = 133ر20
الفنون المنزلية	1072	5ر10	5ر10 × 3ر6 = 18ر36
المجموع	21033	100	360

الشكل (2)

عدد طلبة التعليم المهني في العراق موزعين حسب الفروع في العام الدراسي

1974 – 1975



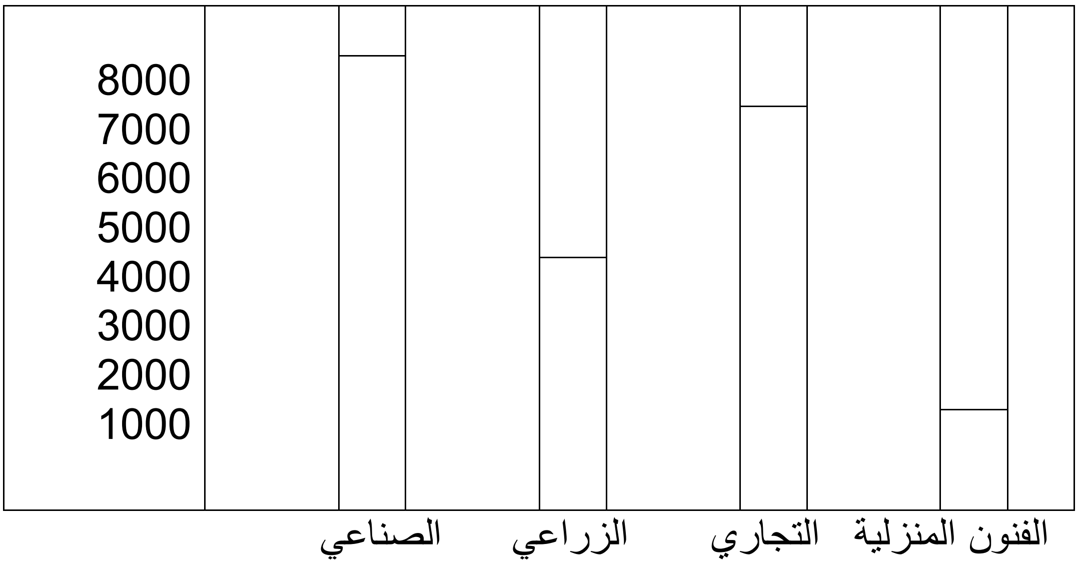
ج – الاعمدة البيانية : (Column charts)

هي عبارة عن مستطيلات ذات قواعد صغيرة متساوية وارتفاعات متباينة تبعا لتباين الاعداد الخاصة لكل مستطيل منها . وتتميز هذه الاعمدة بكونها اشكالا بسيطة يمكن ان يفهمها الشخص الاعتيادي غير المتخصص بكل سهولة .

في المثال السابق في الجدول (2) نعرض البيانات في اعمدة بيانية نقوم برسم المحورين الافقي والرأسي . ونجعل المحور الافقي ممثلا للمتغير او الصفة المراد دراستها او عرضها نأخذ فروع التعليم المهني في العراق ونضعها على هذا المحور . اما المحور الرأسي فيمثل القيم العددية حيث توضع عليه بالنسبة للمثال اعداد التلاميذ . ويقسم هذا المحور عادة الى عدة اقسام متساوية يعبر كل قسم منها عن قيمة عددية معينة بمدى ثابت .وتكتب اصغر قيمة عددية موجودة في اسفل المحور واكبر قيمة في اعلاه .

الشكل (3)

عدد طلبة التعليم المهني في العراق موزعين حسب فروع التعليم في العام الدراسي 1974 – 1975



د – المنحنيات البيانية :

يمكن الاستفادة من المنحنيات البيانية لعرض تطور ظاهرة معينة وتغيرها بين فترة واخرى خلال مدة من الزمن يجري خلالها ملاحظة تلك الظاهرة . فيمكن مثلا استخدام هذه المنحنيات

لعرض تطور اعداد التلاميذ او المعلمين او المدرسين في العراق خلال فترة عشر سنوات . فمثلا تمثل البيانات المعروضة في الجدول (4) عدد مدارس التعليم المهني في العراق خلال السنوات الدراسية 75/68 وكما موضح في المنحني البياني الشكل (4) .

الجدول (4)

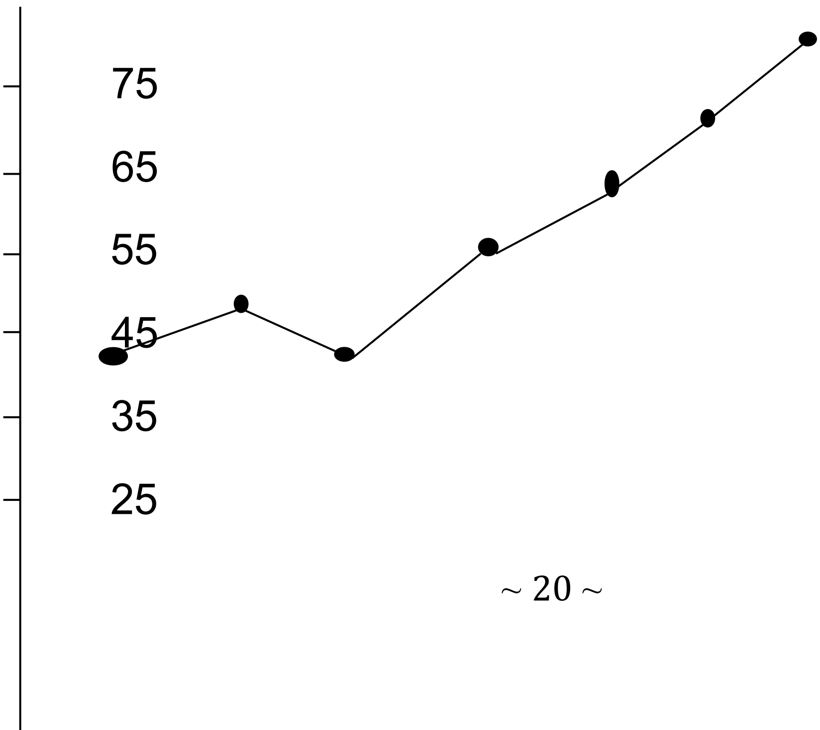
عدد مدارس التعليم المهني في العراق خلال السنوات الدراسية 69/68 – 75/74

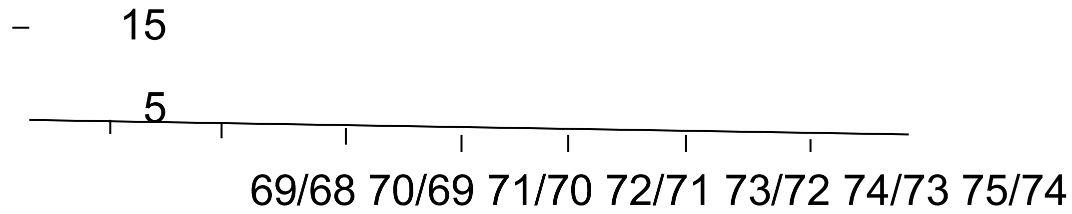
السنة	عدد المدارس
1968 – 1969	44
1969 – 1970	48
1970 – 1971	45
1971 – 1972	52
1972 – 1973	61
1973 – 1974	64
1974 – 1975	71

ويتطلب رسم المنحني البياني استخدام المحور الافقي للسنوات الدراسية وللفترات الزمنية واستخدام المحور الرأسي لتمثيل القيم العددية . وتتراوح هذه القيم بين اصغر قيمة (44) واكبر قيمة (71) ويمكن البدء بالرسم من العدد (40) والانتهاء بالعدد (80) . وبعد ان يتم وضع السنوات على المحور الافقي واعداد المدارس على المحور الرأسي يمكن تحديد النقاط التي تتكون من التقاء السنة الدراسية المعينة بعدد المدارس الخاصة بها . ثم نوصل بين هذه النقاط فيتكون لدينا المنحني البياني المطلوب والذي يوضح لنا سير الظاهرة بشكل مبسط وسهل . الشكل (4) .

الشكل (4)

تتطور عدد مدارس التعليم المهني في العراق للسنوات الدراسية 69/68 – 75/74





و – المدرج التكراري :

هو شكل من الاشكال البيانية تمثل فيه التكرارات بشكل مستطيلات رأسية تكون قاعدتها على المحور الافقي .

خطوات بناء مدرج تكراري بتوزيع تكراري معين :

1 – ارسم المحورين الافقي (س) والرأسي (ص) .

2 – قسم المحور الافقي الى اجزاء متساوية ليمثل كل جزء منها طول الفئة ثم سجل قيمة الحد الادنى للفئة الصغرى كاول نقطة من نقاط التقسيم والاستمرار تصاعديا (من اليسار الى اليمين) حتى الوصول الى الحد الاعلى للفئة الاخيرة

3 – قسم المحور الرأسي الى اقسام متساوية ثم سجل التكرارات تصاعديا (من الاسفل الى الاعلى) مع الاخذ بنظر الاعتبار في هذا التقسيم الحدين الاعلى والادنى لعدد التكرارات .

4 – أنشئ مستطيلات قاعدة كل منها طول احدى الفئات وارتفاعه = التكرار الخاص بتلك الفئة مع ملاحظة الحدين الادنى والاعلى الحقيقيين لكل فئة عند اقامة ارتفاعي كل من المستطيلات .

مثال تطبيقي على كيفية بناء مدرج تكراري :

انظر الى البيانات الموضحة في جدول (5) والتي تمثل توزيعا تكراريا لدرجات (162) تلميذا في اختبار للمفردات اللغوية .

الجدول (5)

توزيع تكراري لدرجات 162 تلميذا في اختبار المفردات اللغوية

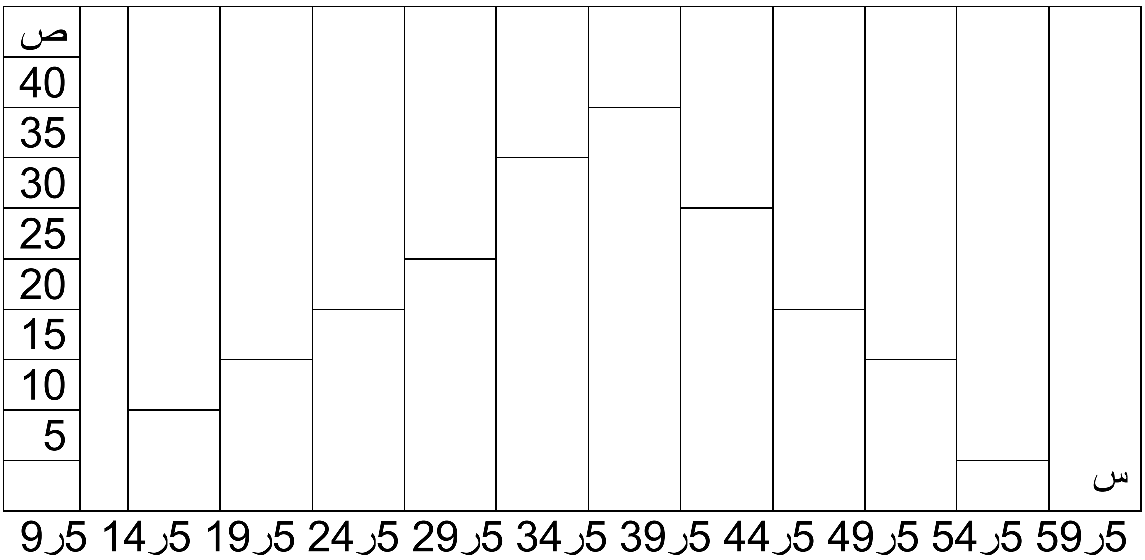
الفئة	التكرار
10 – 14	4
15 – 19	8
20 – 24	12
25 – 29	20
30 – 34	31
35 – 39	35

44 – 40	26
49 – 45	15
54 – 50	8
59 – 55	3

باتباع الخطوات السابقة سوف نصل الى المدرج التكراري الموضح في الشكل (5) حيث نلاحظ ان البيانات المستخدمة في الشكل المذكور عرضت بشكل توزيع مستمر . ويفضل استخدام اوراق الرسوم البيانية لهذا الغرض حتى يكون الشكل دقيقا .

الشكل (5)

مدرج تكراري يمثل التوزيع التكراري في الجدول (5)



ومن اهم ما يتميز به المدرج التكراري ان مساحة كل مستطيل من المستطيلات تتناسب طرديا مع عدد التكرارات الخاصة بالفئة التي يمثلها ذلك المستطيل .

فاذا كانت مساحة المستطيل الذي يمثل الفئة (35 – 39) في الشكل (5) هي اكبر المساحات فهذا يعني ان تكرار هذه الفئة هو اكبر التكرارات .

ي – المضلع التكراري :

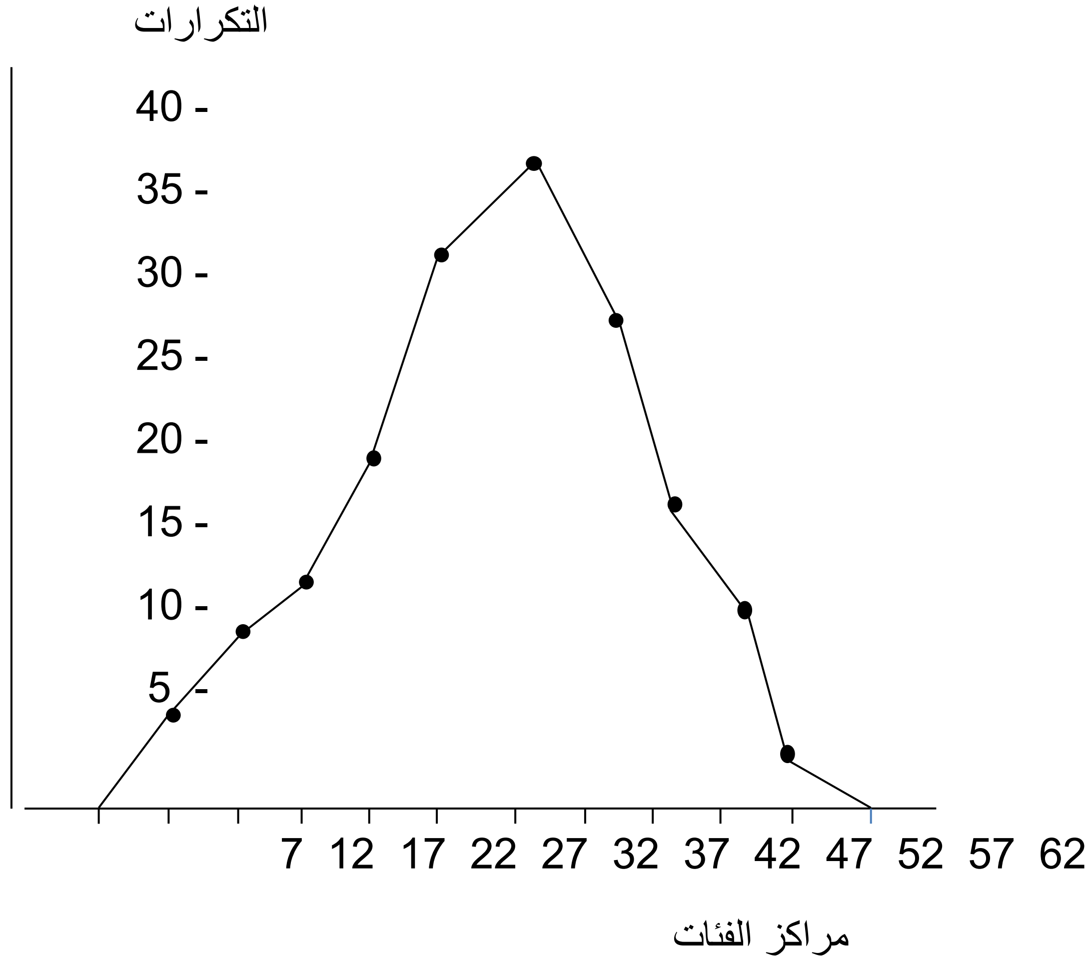
لرسم المضلع التكراري الخاص بتوزيع تكراري معين تستخدم مراكز الفئات لتحديد النقط الخاصة بتكرار كل فئة . ثم يتم ربط هذه النقط بعد تحديدها جميعا بخطوط مستقيمة فيتكون لدينا شكل عبارة خطوط مستقيمة بدلا من مستطيلات كما لاحظنا في المدرج التكراري .

ولكي نرسم مضلعا تكراريا للبيانات المعروضة في الجدول (5) السابق نستخرج مراكز الفئات ثم نحدد موقعها على المحور الافقي ثم نبدأ بتعيين النقطة الاولى وهي التي تتكون من التقاء العمود المقام على المحور الافقي عند مركز الفئة(10 – 14) ومقداره (12) مع العمود المقام على المحور الرأسي عند تكرار هذه الفئة وهو (4) وهكذا نقوم بنفس العملية بالنسبة لكافة الفئات ثم نصل بين كل نقطة والنقطة التالية لها بخط مستقيم فيتكون لدينا المضلع التكراري الموضح في الشكل (6) .

ويمكن غلق المضلع باضافة فئتين احدهما سابقة للفئة الاولى والاخرى تالية للاخيرة

الشكل (6)

مضلع تكراري يمثل التوزيع التكراري للبيانات في الجدول (5)



مقاييس النزعة المركزية

الوسط الحسابي :

الوسط الحسابي لقيم ما هو القيمة الناتجة من قسمة مجموع تلك القيم على عددها ويرمز له بالرمز X .

مثال : لو كانت اعمار ستة تلاميذ في المدرسة الابتدائية هي :

(11, 10 , 7 , 9 , 8 , 6) سنة على التوالي , فان الوسط الحسابي

X اعمار التلاميذ $X= \sum X /n$

n عدد التلاميذ $X = (6 + 8 + 9 + 7 +10 +11)/6$

$= 51/6 = 8.5$ سنة

كيفية حساب الوسط الحسابي :

التعبير الاحصائي للوسط الحسابي

$X = (X_1 + X_2 + --- + X_i$ $\quad i = 1 , 2 , ---- , n$

X الوسط الحسابي

X_i قيم الارقام n عدد الارقام

او $X = \sum X_i /n$ $\quad i = 1 , 2 ,--- , n$

1 – باستخدام التوزيعات التكرارية :

مثال : قامت احدى المعلمات بتطبيق اختبار تحصيل في الرياضيات الحديثة على (20) من تلميذاتها وبعد تصحيح اوراق الاجابة كانت درجاتهم هي :

12 , 13 , 13 , 13 , 13 , 13 , 14 , 14 , 15 , 15 , 15 , 16 , 16 , 17 , 17 , 18 ,12 , 12 , 11 , 11

وارادت ان تحسب الوسط الحسابي لدرجات تلميذاتها في الاختبار .

الجدول

التوزيع التكراري لدرجات التلميذات في اختبار الرياضيات الحديثة

الدرجة X	التكرار f	الدرجة التكرارية (Xf)
11	2	22
12	3	36
13	5	65
14	2	28
15	3	45
16	2	32
17	2	34
18	1	18
المجموع	20	280

$$X = \frac{\sum xfi}{\sum fi} = 280/20 = 14$$ درجة

خواص الوسط الحسابي :

1 – مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفر اي

بيانات غير مبوبة $\sum (y_i - \bar{y}) = 0$

بيانات مبوبة $\sum f_i(y_i - \bar{y}) = 0$

البرهان :

$$\sum (y_i - \bar{y}) = \sum y_i - \sum \bar{y}$$
$$= \sum y_i - n\bar{y}$$
$$= \sum y_i - \sum y_i = 0$$

$$\sum f_i(y_i - \bar{y}) = \sum f_i y_i - \bar{y} \sum f_i$$
$$= \sum f_i y_i - (\sum f_i y_i / \sum f_i) \sum f_i$$
$$= \sum f_i y_i - \sum f_i y_i = 0$$

مثال :

الجدول

y_i	$(y_i - \bar{y})$
8	0.4
3	-4.6
5	-2.6
12	4.4
10	2.4
$\sum y_i = 38$ $\bar{y} = 7.6$	$\sum (y_i - \bar{y}) = 0$

مثال :

الجدول

$f_i(y_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})$	$f_i y_i$	مركز الفئات y_i	التكرار f_i	الفئات
-25ر32	-45ر6	305	61	5	60 – 62
-10ر62	-45ر3	1152	64	18	63 – 65

-18ر90	-0ر45	2814	67	42	68 – 66
68ر85	2ر55	1690	70	27	71 – 69
44ر40	5ر55	584	73	8	74 – 72
$\sum f_i(y_i-\bar{y}) = 0$		$\sum f_i\, y_i = 6745$ $\bar{y}=\sum f_i y_i/\sum f_i=$67ر45	$\sum f_i= 100$		

2 – مجموع مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي هي اقل ما يمكن اي اقل من مجموع مربعات الانحرافات عن اية قيمة غير الوسط الحسابي نفسه اي ان

$\sum (y_i - \bar{y})^2$ اقل ما يمكن .

البرهان : نفرض ان A هو اي قيمة او وسط فرضي غير الوسط الحسابي فسنبرهن بان $\sum (y_i - A)^2$ هي اكبر من قيمة $\sum (y_i - \bar{y})^2$:-

$$\sum (y_i - A)^2 = \sum (y_i^2 - 2Ay_i + A^2)$$

$$= \sum (y_i^2 - 2A \sum y_i + \sum A^2$$

$$= \sum y_i^2 - 2nA\bar{y} + nA^2$$

وباضافة وطرح $n (\bar{y})^2$ من اعلاه ينتج

$$= \sum (y_i^2 - 2nA\bar{y} + nA^2 + n(\bar{y})^2 - n(\bar{y})^2$$

$$= (\sum y_i^2 - n(\bar{y})^2 + nA^2 - 2A\bar{y} + (\bar{y})^2)$$

$$= \sum (y_i - \bar{y})^2 + n(A - \bar{y})^2$$

من هذا يتضح بان مجموع مربعات الانحرافات عن اي قيمة غير الوسط الحسابي بمقدار $n (A - \bar{y})^2$ وهي قيمة موجبة .

مثال : من القيم التالية : $y_i = 9 , 8 , 6 , 5 , 7$

$$\bar{y} = \sum y_i /n = 7$$

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = (9 - 7)^2+ (8 - 7)^2+ (6 - 7)^2+ (5 - 7)^2+ (7 - 7)^2$$

$$= 10$$

فلو طرحنا من القيم هذه اي رقم (غير الوسط الحسابي) وليكن : $A = 10$ فان مجموع مربعات الانحرافات ستكون :

$$\sum (y_i - A)^2 = \sum (y_i - 10)^2$$

$$= (9 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (6 - 10)^2 + (5 - 10)^2 + (7 - 10)^2$$

$$= 55$$

اذن 55 اكبر من 10

ويلاحظ هنا ان الفرق بينهما هو $55 - 10 = 45$

وهو $n (A - \bar{y})^2$

اي $5 (10 - \bar{y})^2 = 45$

3 – عند اضافة ثابت (k) الى كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة = الوسط الحسابي للقيم الاصلية + العدد الثابت (k)

$$x_i = y_i + k$$

$$\dot{x} = \bar{y}_i + k$$

البرهان : $x_i = y_i + k$

$$\sum x_i = \sum (y_i + k) \sum y_i + nk$$

$$\sum x_i /n = \sum y_i /n + nk/n$$

$$\dot{x} = \bar{y} + k$$

مثال : نفرض ان لدينا القيم التالية :

$$y_i = 8 , 3 , 2 , 12 , 10$$

فالوسط الحسابي لها هو : $\bar{y} = \sum y_i/n = 35/5 = 7$

فاذا اضفنا لكل من هذه القيم قيمة ثابتة ولتكن 3 فالقيم الجديدة ستصبح :

$$x_i = 11 , 6 , 5 , 15 , 13$$

والوسط الحسابي للقيم الجديدة هو : $\dot{x} = \sum x_i/n = 50/5 = 10$

الذي هو في الحقيقة $\dot{x} = \bar{y} + 3 = 7 + 3 = 10$

مثال : نفرض ان القيم الاصلية هي : $y_i = 5 , 10 , 8 , 7 , 10$

اذن $\bar{y} = 40/5 = 8$

فاذا طرحنا 2 من كل مشاهدة فان الوسط الحسابي للمشاهدات الجديدة سيكون :

$\bar{y} - 2 = 8 - 2 = 6$

اي $x_i = 3 , 8 , 6 , 5 , 8$

اذن $\dot{x} = 30/5 = 6$

4 – اذا ضربت كل قيمة من قيم المشاهدات في قيمة ثابتة (k) فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة = الوسط الحسابي للقيم الاصلية × العدد الثابت (k)

$z_i = k\, y_i$

$\check{z} = k\, y_i$

البرهان :

$z_i = k\, y_i$

$\sum z_i = k \sum y_i$

$\sum z_i /n = k \sum y_i /n$

$\check{z} = k\, \bar{y}$

مثال : في القيم التالية : $y_i = 8 , 3 , 2 , 12 , 10$

نجد ان $\bar{y} = 7$

فاذا كان $z_i = 5\, y_i$

اوجد قيمة $\check{z}$

الحل : $z_i = 40 , 15 , 10 , 60 , 50$

$\check{z} = \sum z_i /n = 175/5 = 35$

وهي تساوي $= (5)(\bar{y}) = 5(7) = 35$

هذا ويمكن تعميم الخاصيتين بالقانون التالي :

اذا كان $x_i = a + b\, y_i$

فان $\dot{x} = a + b\, \bar{y}$

5 – الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين = مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين اي $z_i = x_i + y_i$

$$\check{z} = \dot{x} + \bar{y}$$

البرهان : $z_i = x_i + y_i$

$$\sum z_i = \sum (x_i + y_i) = \sum x_i + \sum y_i$$

$$\sum z_i /n = \sum x_i /n + \sum y_i /n$$

$$\check{z} = \dot{x} + \bar{y}$$

مثال : اعتبر الجدول التالي :

x_i	y_i	$z_i = x_i + y_i$
2	5	7
4	10	14
4	8	14
8	7	15
5	10	15
$\dot{x} = 5$	$\bar{y} = 8$	$\check{z} = 13$

من هذا يتضح بان $\check{z} = \dot{x} + \bar{y}$

$$= 5 + 8 = 13$$

6 – اذا كان لكل قيمة من المشاهدات (x_i) وزن خاص يتناسب مع اهميتها (w_i) فان :

الوسط الحسابي (الموزون) لهذه القيم هو $\dot{x} = \sum w_i\, y_i / \sum w_i$

مثال : اقيم التالية تمثل نتائج امتحان احد الطلبة في درس الاحصاء علما بان لكل امتحان وزنا او اهمية او نسبة معينة .

$w_i\ y_i$	اهميةاونسبةاووزن w_i	الدرجة	الامتحان
700	٪10		الاول
1800	٪30		الثاني
750	٪10		الثالث
2750	٪50		الرابع
$\sum w_i\ y_i = 6000$	$\sum w_i = 100$		

الوسط الحسابي او معدل الطالب سيكون :

$$\bar{y} = \sum w_i\ y_i / \sum w_i = 6000/100 = 60$$

مثال : اربع شعب من الطلبة في الصف الاول تتألف من 30 , 35 , 40 , 25 طالبا على التوالي فاذا كان معدل امتحانهم بمادة الاحصاء هو 80 , 75 , 60 , 90 على التوالي فما هو معدل الامتحان في جميع هذه الشعب ؟

الحل :

$$\bar{y} = \frac{\sum wiyi}{\sum wi} = \frac{(30)(80)+(35)(75)+(40)(60)+(25)(90)}{30+35+40+25} = 744$$

الوسيط :

يعرف بانه النقطة او الدرجة في التوزيع التي تكون (٪50) من الدرجات اعلى منها و(٪50) تقع تحتها .

مثال : اذا كانت الدرجات 3 , 8 , 18 , 21 , 25 , 29 , 32 مرتبة تصاعديا فان الدرجة (21) هي الوسيط . اذا كان عدد الدرجات فردي . اما اذا كنت عدد الدرجات زوجي نجمع الدرجتين التي تتوسط الدرجات ونقسمها على (2) . ويرمز له بالرمز $\dot{M}_e$ بحيث ان $\dot{M}_e =$ $(y_{n/2} + y_{n/2+1})/2$ اذا كانت الدرجات فردية فان ترتيب الوسيط = $(n+1)/2$

اما اذا كانت الدرجات زوجيا فان :

الوسيط = متوسط الدرجتين اللتين ترتيبها = $n/2 +1 , n/2$

مثال : اوجد الوسيط لدرجات طالب في خمسة امتحانات بدرس الاحصاء اذا كانت الدرجات هي : 84 , 87 , 76 , 82 , 80 .

الحل : ترتيب الدرجات تصاعديا : 76 , 80 , 82 , 84 , 87

وبما ان عدد الارقام فردي ($n = 5$)

اذن فالوسيط هو القيمة التي ترتيبها $(n + 1)/2 = (5 + 1)/2 = 3$

اي الوسيط = 82 $\dot{M}_e = y_3 = 82$

مثال : اوجد الوسيط للقيم التالية :

$y_i = 5 , 4 , 8 , 7 , 3 , 12 , 9 , 2$

ترتيب القيم تصاعديا : $y_i = 2 , 3 , 4 , 5 , 7 , 8 , 9 ,12$

وبما ان عدد القيم هو زوجي $(n = 8)$

اذن فالوسيط المعدل الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما :

$(n/2) + 1 , (n/2)$

$(n/2) = 8/2 = 4$

$(n/2) + 1 = 5$

$\dot{M}_e = (y_4 + y_5)/2 = (5+7)/2 = 6$

حساب الوسيط في التوزيعات التكرارية :

تعريف : اذا كانت $y_1 , y_2 , --- , y_k$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري مع تكراراتها $f_1 , f_2 , --- , y_k$ على التوالي .

فقيمة الوسيط لهذه البيانات (بالاستعانة بجدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد) هو $\dot{M}_e = L_1 + [\{ (\sum f_i/2) - F_i\}/f_i] w$

الحد الادنى الحقيقي لفئة الوسيط $L_1 =$

مجموع التكرارات $\sum f_i =$

طول فئة الوسيط $w =$

التكرار المتجمع عند بداية فئة الوسيط $F_i =$

تكرار فئة الوسيط $f_i =$

= التكرار المتجمع عند نهاية فئة الوسيط – التكرار المتجمع عند بداية فئة الوسيط

خطوات ايجاد الوسيط :

1 – عمل جدول توزيع تكراري تجميعي تصاعدي (تنازلي)

2 – ايجاد ترتيب الوسيط وهو $\sum f_i /2$

3 – نحدد فئة الوسيط وهي الفئة التي تقع قيمة الوسيط بين حديها وذلك عن طريق ايجاد قيمتين متتاليتين في التكرار التجمعي التصاعدي يقع بينهما ترتيب الوسيط . يقابل هاتين القيمتين حدا فئة الوسيط الادنى والاعلى ويستحسن اخد الحدود الحقيقية لهذه الفئة .

4 – تطبيق القانون .

مثال : اوجد الوسيط للتوزيع التكراري في الجدول الاتي :

فئات الطول	f_i	التجميع التصاعدي	التجميع التنازلي
62 – 60	5	5	100
65 – 63	18	23	95
68 – 66	42	65	77
71 – 69	27	92	35
74 – 72	8	100	8
المجموع	100		

ترتيب الوسيط $\sum f_i /2 = 100/2 = 50$

في جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي نرى بان (50) هي واقعة بين الرقمين 23 و 65 . اذن فئة الوسيط هي

65 68.5

23 65

الحد الادنى الحقيقي لفئة الوسيط $L_1 = 65.5$

التكرار المتجمع عند بداية فئة الوسيط $F_i = 23$

تكرار فئة الوسيط $f_i = 65 – 23 = 42$

طول فئة الوسيط $w = 68.5 – 65.5 = 3$

$$\dot{M}_e = L_1 + [\{ (\sum f_i/2) – F_i\} /f_i] w$$

$= 65.5 + [(50 - 23)/42] (3)$

$= 67.43$ inch طول الشخص

في جدول التوزيع التكراري التجمعي التنازلي نرى بان (50) هي بين 35 – 77

$\dot{M}_e = L_2 - [\{ (\sum f_i/2) - F_i \} /f_i] w$

$= 68.5 - [(50 - 35) /42] (3)$

$= 67.43$ inch

<u>المنوال</u> : Mode

يعرف بانه الدرجة الاكثر شيوعا او الدرجة التي تتكرر اكثر من غيرها من الدرجات ويرمز لها بالرمز $\dot{M}o$.

مثال : لو كانت ليك الدرجات : 8 , 8 , 9 , 11 , 12 , 12 , 12 , 15 , 15 , 15 , 15 , 15 , 16 , 16 , 17, 18 , 19 , 19 , 19 .

نلاحظ ان الدرجة (15) تكررت (5) مرات وهي اكثر الدرجات تكرارا وعلى هذا الاساس فالمنوال هو (15) $\dot{M}o = 15$

في بعض الاحيان تظهر قيم المتغير بتكرارات متساوية سواء كان التكرار (1) او اكثر , في هذه الحالة لا يمكن حساب القيمة المنوالية .

مثلا الدرجات : 7 , 9 , 25 , 26 , 32 , 48 .

والشيء نفسه للدرجات : 7 , 7 , 7 , 9 , 9 , 9 ,12 , 12 , 12 , 17 , 17 , 17 , 29 , 29 , 29 , 37 , 37 , 37 .

واما عندما تكون اعلى التكرارات متساوية لدرجتين متجاورتين فان المنوال يستخرج من متوسط الدرجتين فمثلا الدرجات : 18 , 18 , 21 , 23 , 23 , 23 , 26 , 26 , 26 , 31 , 35 .

نجد ثلاثة تكرارات للدرجة (23) ومثلها للدرجة (26) فان المنوال في هذه الحالة هو (23 + 26)\2 = 49\2 = 24ر5 .

اما اذا كانت اعلى التكرارات لدرجتين غير متجاورتين فيمكن ايجاد كل من الدرجتين منوالا خاصا بذاته فمثلا الدرجات : 11 , 11 ,12 , 12 , 12 , 13 , 13 , 13 , 13 , 13 , 14 ,

14 , 15 , 15 , 15 , 15 , 16 , 16 , 16 , 17 , 17 , 18 فان الدرجة (13) ظهرت خمس مرات وهذا التكرار اكبر من تكرارات الدرجات المجاورة ولهذا تعتبر الدرجة (13) منوالا كما ان الدرجة (15) ظهرت اربع مرات وهي اكثر من ظهور الدرجات المجاورة ويمكن بذلك اعتبارها منوالا ثانيا وتسمى ثنائية المنوال .

المنوال للتوزيع التكراري :

اذا كانت القيم تمثل على شكل فئات مع التكرار فان المنوال هو مركز الفئة الاكثر تكرارا

مثال : اوجد المنوال لجدول التوزيع التكراري الاتي :

الفئات	f_i
62 – 60	5
65 – 63	18
68 – 66	42
71 – 69	27
74 – 72	8

فئة المنوال :

ان الفئة (66 – 68) لها اكبر تكرار (42) لذا فان المنوال

$$\dot{M}o =(66+68)/2 = 67$$

الفصل الرابع

مقاييس التشتت : Measures of Dispersion

يقصد بالتشتت بانه التباعد او التقارب الموجود بين قيم المشاهدات التابعة لمتغير ما . ومقاييس التشتت هي مقاييس لمدى تشتت قيم المشاهدات عن وسطها .

وكلما كان مقياس التشتت كبيرا دلّ ذلك على عدم التجانس بين القيم ويكون مقياس التشتت صغيرا عندما تكون الاختلافات بين قيم المشاهدات قليلة . ولمقاييس التشتت اهمية في وصف التوزيعات ومقارنتها مع بعضها . ان مقاييس التوسط وحدها لا تكفي لهذا الغرض , فقد يتساوى الوسط الحسابي لمجموعتين من القيم مثلا بينما يختلف مدى انتشار قيم المجموعة الاولى عن انتشار قيم المجموعة الثانية كما يتضح من مقارنة المجموعتين التاليتين :

المجموعة الاولى : 17 , 20 , 23 , 18 , 19 , 21 , 22

المجموعة الثانية : 35 , 15 , 7 , 5 , 45 , 20 , 13

فالوسط الحسابي لكل من المجموعتين هو (20) ولكن المجموعة الاولى تبدو اكثر تجانسا .

ولمقاييس التشتت اهميتها في تطبيق نظرية العينات والاستنتاج الاحصائي واختبار الفرضيات .

انواع مقاييس التشتت :

اولا : مقاييس التشتت المطلق :

اي التي تكون وحداتها نفس وحدات القيم الاصلية واهمها :

1 – المدى : The Rang

المدى لمجموعة من القيم هو الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة في تلك المجموعة ويرمز له R .

$$R = y_{max} - y_{min}$$

مثال : اوجد المدى لكل من المجموعات التالية :

$$a - y_i = 12 , 6 , 7 , 3 , 15 , 10 , 18 ,5$$

$$b - y_i = 9 , 3 , 8 , 8 , 9 , 8 , 9 , 18$$

الحل :

$$a - \quad R = y_{max} - y_{min}$$

$$= 18 - 3 = 15$$

$$b - \quad R = 18 - 3 = 15$$

ان المدى في كلا المجموعتين متساو ولكننا نلاحظ حقيقة ان الاختلاف في المجموعة (a) اكبر منه في المجموعة (b) لان قيم المجموعة (b) تتألف معظمها من 8 و 9 لذلك فان المدى يكون احيانا مضللا لانه يعتمد فقط على القيمتين الطرفيتين .

2 – الانحراف المتوسط : The Mean Deviation

أ – البيانات غير المبوبة : اذا كان لدينا n من المشاهدات $y_1, y_2 , --- , y_n$ فان الانحراف المتوسط لها هو متوسط الانحرافات المطلقة (اي باهمال الاشارة) عن وسطها الحسابي ويرمز له (M.D) اي ان :

$$M.D = \sum(y_i - y)/n$$

مثال : اوجد الانحراف المتوسط للقيم التالية :

$y_i = 9 , 8 , 6 , 5 , 7$

الحل :

y_i	$y_i - \bar{y}$	$\lvert y_i - \bar{y} \rvert$
9	2	2
8	1	1
6	-1	1
5	-2	2
7	0	0
$\sum y_i = 35$	0	6

$\bar{y} = 7$

$$M.D = \sum \lvert y_i - \bar{y} \rvert / n = 6/5 = 1.2$$

ب – البيانات المبوبة :

اذا كانت $y_1 , y_2 , --- , y_k$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري مع تكراراتها $f_1 , f_2 , --- , f_k$ على التوالي

فان الانحراف المتوسط هو : $M.D = \sum f_i \lvert y_i - \bar{y} \rvert / \sum f_i$

مثال : اوجد الانحراف المتوسط لجدول التوزيع التكراري .

الحل :

الفئات	f_i	y_i	$f_i y_i$	$\lvert y_i - \bar{y} \rvert$	$f_i \lvert y_i - \bar{y} \rvert$
60 – 62	5	61	305	6.45	32.25
63 – 65	18	64	1152	3.45	62.10
66 – 68	42	67	2814	0.45	18.90
69 – 71	27	70	1890	2.55	68.85
72 – 74	8	73	584	5.55	44.40
	100		6745		226.50

$$\bar{y} = \sum f_i y_i / \sum f_i = 6745/100 = 67.45$$

$$M.D = \sum f_i \lvert y_i - \bar{y} \rvert / \sum f_i = 226.5/100 = 2.265$$

3 – التباين : Variance

يعتبر التباين من مقاييس التشتت المهمة التي تعتمد على كل درجة من درجات التوزيع ومدى انحرافها عن الوسط الحسابي .

فعندما تكون لدينا مجموعة من الدرجات المتشابهة كأن تكون (5 , 5 , 5 , 5) فان انحراف كل درجة عن الوسط الحسابي الذي مقداره (5) يكون صفرا .

اما اذا كانت الدرجات غير متجانسة مثلا (4 , 5 , 6) فان انحراف كل درجة عن الوسط الحسابي الذي يكون مقداره (5) في هذه الحالة هو ليس صفرا .

ففي هذا المثال يكون انحراف الدرجة (4) هو (-1) وانحراف الدرجة (5) صفرا . وانحراف الدرجة (6) هو (1) . ومن هنا نلاحظ ان انحراف كل درجة عن الوسط الحسابي قد يكون صفرا او سالبا او موجبا . وان مجموع هذه الانحرافات يكون

صفرا في كافة الحالات .

ولذلك فان طريقة استخراج التباين تعتمد على مربع هذه الانحرافات وذلك لكي تكون كافة القيم موجبة . ثم يستخرج متوسط مربع هذه الانحرافات وذلك بقسمة مجموع مربعات الانحرافات على عدد الدرجات n فاذا ارد نا مثلا معرفة مقدار التباين للدرجات (10 , 8 , 7 , 4 , 1) فاننا نتبع الخطوات التالية :

1 – نستخرج قيمة الوسط الحسابي ($\bar{y}$) كما يأتي :

$$\bar{y} = \sum y_i /n = (1 + 4 + 7 + 8 + 10)/5 = 30 /5 = 6$$

2 – نقوم باستخراج انحراف كل درجة عن الوسط الحسابي وذلك بطرح الوسط الحسابي ($\bar{y}$) من كل درجة y .

اي اننا نستخرج قيمة ($y – \bar{y}$) . ويبدو هذا واضحا في الجدول التالي .

3 – نقوم بتربيع قيمة كل انحراف , اي نستخرج قيمة $(y – \bar{y})^2$ ثم نجد مجموع هذه المربعات كما في الجدول التالي .

4 – نقسم ناتج المجموع السابق على عدد الدرجات (n) فنحصل على التباين .

الجدول

حساب تباين مجموعة من الدرجات

y_i	$y – \bar{y}$	$(y – \bar{y})^2$
1	1 – 6 = -5	25
4	4 – 6 = -2	4
7	7 – 6 = 1	1

8	8 -6 = 2	4
10	10 – 6 = 4	16
المجموع		50

$S^2 = 50/5 = 10$

ويمكن التعبير رمزيا عما سبق من خطوات بما يأتي :

$S^2 = \sum (y - \bar{y})^2/n$

ويمكن استخراج قانون مناسب لحساب التباين بعد اشتقاقه من القانون السابق وتعتبر الصورة الاخيرة لقانون التباين ومن اكثر الصور شيوعا لحساب التباين وهو:

$S^2 = \{ \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2/n^2$

ولحل المثال السابق نقول :

$\sum y_i^2 = 1 + 16 + 49 + 64 + 100 = 230$

$\sum y_i = 1 + 4 + 7 + 8 + 10 = 30$

$(\sum y_i)^2 = (30)^2 = 900 \quad , \quad n = 5$

$S^2 = \{ 5(230) - 900 \}/(5)^2 = (1150 - 900)/25 = 250/25 = 10$

اما في حالة وجود تكرارات فيمكن استخدام القانون الاتي لحساب التباين :

$S^2 = \{ n\sum f_i y_i^2 - (\sum f_i y_i)^2 \} /n^2$

f_i عدد التكرارات

$n = \sum f_i$

مثال :

الجدول

y_i	f_i	y_i^2	$f_i y_i$	$f_i y_i^2$
46	4	2116	184	8464
51	1	2601	51	2601
56	2	3136	112	6272

61	2	3721	122	7442
66	2	4356	132	8712
71	9	5041	639	45369
76	5	5776	380	28880
81	10	6561	810	65610
86	4	7396	344	29584
91	8	8281	728	66248
96	3	9216	288	27648
المجموع	50		3790	296830

$$S^2 = \{ (50)(296830) - (3790)^2 \}/(50)^2$$

$$= (14841500 - 14364100)/2500 = 477400/2500 = 190.96$$

واذا اردنا استخراج التباين لبيانات ذات فئات فنقوم باستخراج مراكز الفئات وتعتبر مركز الفئة كدرجة (y_i) وتتبع نفس الخطوات السابقة وباستخدام نفس القانون .

4 – الانحراف المعياري : standard Deviation

يعرّف الانحراف المعياري بانه الجذر التربيعي الموجب للتباين ويستخرج بنفس الطرق التي تم استخراج التباين :

$$S = \sqrt{\frac{\sum(yi-ȳ)2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{n \sum yi2-(\sum yi)2}{n2}}$$

$$S = \sqrt{\frac{n \sum fi\, yi2-(\sum fi\, yi)2}{n2}}$$

ثانيا : مقاييس التشتت النسبي :

ان مقاييس التشتت النسبي لها اهمية عند مقارنة تشتت مجموعتين او اكثر تختلف في وحدات القياس لقيمها . لان مقاييس التشتت النسبي تكون خالية من وحدات القياس واهم مقاييس التشتت انسبي هي :

1 – معامل الاختلاف : Coefficient of Variation

يعرّف بانه نسبة الانحراف المعياري الى الوسط الحسابي . وبمعنى اخر هو الانحراف المعياري مقسوما على الوسط الحسابي ومضروبا في مئة ويرمز له

. (c.v) $$c.v = \frac{S}{\bar{y}} (100)$$

مثال : اذا فرضنا ان متوسط وزن تلاميذ الصف السادس الابتدائي كان (50) كيلوغرام وان مقدار الانحراف المعياري لاوزانهم كان (10) فان :

$$c.v = s/\bar{y} \ (100) = 10/50 \ (100) = 20$$

ويستخدم معامل الاختلاف عندما يراد المقارنة بين تشتت عدة توزيعات .

وعند استخدامه يمكن توحيد وحدة القياس والتغلب على الفروق الناتجة بسبب اختلاف حجم وحدة القياس .

2 – الدرجات المعيارية : standard scores

يحتاج الباحث او المعلم او الاحصائي لكي يصف موقع واهمية درجة معينة بالنسبة الى مجموعة من الدرجات في نفس التوزيع او مقارنتها مع درجة اخرى في توزيع اخر الى طريقة احصائية يوحد بها وحدة قياس الدرجة . وفي مثل هذه الحالات يمكن تحويل الدرجة الخام الاصلية الى ما يسمى بالدرجة المعيارية وذلك عن طريق قياس انحراف الدرجة الاصلية عن الوسط الحسابي للتوزيع وقسمته على الانحراف المعياري لنفس التوزيع ويمكن التعبير عن الدرجة المعيارية (z_i) بما يأتي :

$$z_i = (y_i - \bar{y})/s$$

مثال : اذا كان الوسط الحسابي لدرجات مجموعة من الطلاب في اختبار الرياضيات كان (75) وان الانحراف المعياري هو (10) فان الدرجة المعيارية للطالب الذي حصل على درجة (95) هي :

الدرجة المعيارية ل (95) $$z_{95} = (y_i - \bar{y})/s = (95 - 75)/10 = 2$$

$$z_{55} = (55 - 75)/10 = -2$$

$$z_{75} = (75 - 75)/10 = 0$$

تمارين

1 – حصل ستة طلاب في اختبار معين على الدرجات

(19 , 15 , 10 , 9 , 5 , 2)   احسب قيمة المدى والانحراف المتوسط والانحراف المعياري .

2 – وجد احد الباحثين ان الدرجات التي حصلت عليها مجموعتان من الطلبة في اختبار ما كانت كما يأتي :

A - 7 , 5 , 4 , 3 , 1

B - 10 , 8 , 7 , 6 , 4

احسب التباين لكل مجموعة من الطلاب على حدة ثم ادمج المجموعتين في مجموعة واحدة واستخرج يباينهما وقارن بين النتائج التي تحصل عليها ؟

الفصل الخامس

مقاييس الارتباط :

تستخدم هذه المقاييس اذا كان لدينا متغيرين ونريد ان نجد العلاقة بينهما فاذا كان لدينا المتغيرين x , y فهل هناك علاقة بينهما ؟

ان هذه العلاقة تأخذ احد الاشكال الثلاثة التالية :

1 – عندما تكون القيم العالية للمتغير (x) تقابلها القيم العالية للمتغير (y) والقيم الواطئة للمتغير الاول تقابلها القيم الواطئة للمتغير الثاني , فان العلاقة في هذه الحالة تكون موجبة .

مثال : اذا كان وزن كل من سمير ونبيل وعصام (75 , 80 , 84) كيلوغرام على التوالي وكانت اطوالهم هي (165 , 171 , 173) سنتمترا على التوالي فانه يمكن القول ان هناك علاقة موجبة بين متغير الوزن ومتغير الطول لان الشخص الذي كان وزنه عاليا بالنسبة لزملائه فان طوله اكبر ايضا . والذي كان اقل وزنا كان اقصر من زملائه ايضا .

2 – عندما تكون القيم العالية للمتغير (x) تقابلها القيم الواطئة للمتغير (y) او بالعكس فان العلاقة في هذه الحالة تكون (سالبة) .

مثال : لو كانت اوزان كل من سمير ونبيل وعصام في المثال السابق هي (84 , 80 , 75) كيلوغرام على التوالي وبقيت اطوالهم كما هي فان العلاقة هنا تكون سالبة وذلك لان سمير الذي هو اعلى من جميع زملائه وزنا كان اقصرهم طولا . ان عصام الذي كان وزنه اقل من الاخرين كان اطولهم .

3 – عندما لا يكون هناك اتجاه واضح للعلاقة بين قيم المتغيرين اي عندما يكون مثلا اكثر الاشخاص وزنا واخفهم وزنا اطول من الجميع فانه لا توجد علاقة بين المتغيرين .

فلو كانت درجات عدد من التلاميذ في اختبار اللغة العربية (5 , 8 , 9 , 9 , 11 , 12 , 16 , 18) على التوالي وكانت اوزانهم هي (45 , 46 , 49 , 51 , 51 , 49 , 46 , 45) كيلوغرام فانه يحتمل عدم وجود علاقة بين الدرجات والاوزان لان كلا التلميذين اللذين حصلا على اقل درجة في الاختبار كان لهما نفس الوزن . ان هذا الوصف الموجز للعلاقات بين المتغيرات لا يمكن الاعتماد عليه ولا يكون ذا معنى الا اذا رتبت الدرجات في التوزيعين او في احدهما بشكل تصاعدي او تنازلي

ولهذا السبب فقد تمكن الاحصائيون من ايجاد طرق مختلفة لمعرفة مدى العلاقة بين قيم متغيرين دون ان تكون هناك الى ترتيبها . وتستلزم هذه الطرق حساب ما يسمى بمعامل الارتباط .
وفيما يلي بعض الطرق في استخراج معاملات الارتباط في مجال البحوث التربوية والنفسية .

1 – معامل ارتباط بيرسون :

من الامور التي يهتم بها الباحثون في مجال التربية وعلم النفس وفي غيره من المجالات , للتعرف على مدى العلاقة الموجودة بين قيم متغيرين مستمرين سواء كان كلاهما من النوع النسبي او الفاصل او كان قياس احدهما نسبيا والاخر فاصلا او بالعكس .

فاذا اردنا التعرف على العلاقة بين التحصيل في الرياضيات (x) والتحصيل في العلوم (y) لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي , فهذا يتطلب منا تطبيق اختبارين احدهما في الرياضيات والاخر في العلوم على نفس التلاميذ ثم تسجيل درجة كل تلميذ في الاختبارين وتجري بعض العمليات الاحصائية بتطبيق قانون معين يسمى قانون بيرسون لمعامل الارتباط لمعرفة مدى العلاقة بين التحصيل في المادتين وفيما يلي نص قانون بيرسون :

$$r = \frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x2-(\sum x)2][n\sum y2-(\sum y)2]}}$$

معامل ارتباط بيرسون r

عدد الافراد n

قيم المتغيرين x , y

مثال : 12 تلميذ كانت درجاتهم في اختباري الرياضيات والعلوم كما مبين في الجدول التالي :

الجدول

درجات (12) تلميذ في اختباري الرياضيات والعلوم

ت	الرياضياتx	العلوم y	x^2	y^2	x y
1	10	6	100	36	60

2	7	4	49	16	28
3	12	7	144	49	84
4	12	8	144	64	96
5	9	10	81	100	90
6	16	7	256	49	112
7	12	10	144	100	120
8	18	15	324	225	270
9	8	5	64	25	40
10	12	6	144	36	72
11	14	11	196	121	154
12	16	13	256	169	208
مج	146	102	1902	990	1334

$$r = \frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x2-(\sum x)2][n\sum y-(\sum y)2]}}$$

$$r = \frac{12(1334)-(149)(102)}{\sqrt{[12(1902)-(146)2][12(990)-(102)2]}}$$

$$r = \frac{16008-14892}{\sqrt{(22824-21316)(11880-10404)}} = \frac{1116}{\sqrt{2221380}} = 0.74\ 9$$

واجب : لنفرض ان احد المعلمين قام بتطبيق اختبارين احدهما في الجغرافية (x) والاخر في التاريخ (y) على تلاميذ الصف الرابع الابتدائي البالغ عددهم (10) وكانت درجات كل تلميذ في الاختبارين هي :

x = 6 , 7 , 9 , 4 , 10 , 2 , 5 , 3 , 8 , 1

y = 7 , 8 , 9 , 5 , 9 , 3 , 6 , 4 , 8 , 3

اوجد معامل ارتباط بيرسون ؟

تفسير معامل ارتباط بيرسون :

ان وجود علاقة بين متغيرين لا يعني بالضرورة ان هذه العلاقة سببية . اي ان وجود علاقة بين (x) و (y) لا يدل على ان احدهما يسبب او يؤثر في الاخر او يؤدي الى حدوثه بالضرورة .

اما عدم وجود علاقة بين المتغيرات – اي عندما تكون قيمة معامل الارتباط صفرا- فقد يساعد على القول بعدم وجود تأثير متبادل بين تلك المتغيرات خاصة اذا كان جمع البيانات واستخدام الطرق الاحصائية قد جرى بصورة دقيقة .

نفرض ان قيمة معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين (x) و (y) كانت تساوي (95ر0) . كيف يمكن تفسيرها :

ان مثل هذه العلاقة وغيرها يمكن ان تفسر بطرق مختلفة تبعا لاهداف البحث الاساسية والفرضيات التي يقوم عليها ونوع المتغيرات المشمولة بالدراسة . وينبغي الانتباه الى ناحيتين اساسيتين عند النظر الى معامل الارتباط :

أ – قوة العلاقة اي فيما اذا كان معامل الارتباط مرتفعا يقترب من (1) او منخفضا يقترب من الصفر .

ب – اتجاه العلاقة اي فيما اذا كانت اشارة معامل الارتباط سالبة او موجبة .

اذا كان معامل الارتباط (95ر0) يوضح العلاقة بين التحصيل في العلوم والتحصيل في الرياضيات بصورة تختلف عن تفسير نفس المعامل عندما يكون مثلا للعلاقة بين التحصيل في العلوم ووزن التلميذ .

ففي الحالة الاولى قد تفسر العلاقة بشيء من الثقة في حين يكون هذا التفسير بشيء من الحذر في الحالة الثانية .

ولكن بالرغم من الحذر والثقة يمكن القول بان هذا المعامل في الحالتين يدل على ان العلاقة بين المتغيرين قوية وموجبة دون اضافة اية تفسيرات اجتهادية اخرى .

عند عدم وجود علاقة بين متغيرين ينبغي التريث والتأمل في تفسير مثل هذه المعامل . فاحيانا تكون هذه القيمة لمعامل الارتباط صفرا في الوقت الذي يوجد فيه نوع من العلاقة على صورة منحنية بين المتغيرين . يمكن تقييم معامل الارتباط باستخدام معيار مطلق . حيث نقوم بتربيع المعامل ثم نلاحظ قيمة (r^2) فان كانت اقل من (25ر0) فيعتبر المعامل منخفضا ويدل على علاقة ضعيفة وان كانت القيمة

(25ر0 – 49ر0) فيمكن ان يعتبر معتدلا والعلاقة معتدلة وفي حالة (50ر0 – 75ر0) فيعتبر المعامل مرتفعا والعلاقة قوية . اما اذا زادت على (75ر0) فيعتبر المعامل مرتفعا جدا والعلاقة قوية جدا . وعلى هذا الاساس فان معامل الارتباط (60ر0) يعتبر معتدلا لان ($r^2 = 0.36$) واذا كان معامل الارتباط (95ر0) فان العلاقة قوية جدا لان ($r^2 = 0.90$) .

2 – معامل سبيرمان للرتب :

تواجه الباحثين التربويين والنفسانيين في كثير من الاحيان حالات لا يمكنهم فيها قياس المتغيرات بصورة دقيقة باستخدام المقاييس الفاصلة او النسبية , فلو اراد باحث قياس التكيف الاجتماعي للطلاب او قياس الغيرة لدى مجموعة من الاطفال قد لا يستطيع ذلك وقد لا يجد ما يمكنه قياس مثل هذه المتغيرات او ما شابهها .

في مثل هذه الحالات يمكن قياس المتغير بمقياس رتبي كأن يستطيع الباحث استطلاع اراء عدد من المعلمين او ممن لهم صلة بافراد العينة لكي يصنفوا افراد العينة رتبيا على ذلك المتغير .

فيقال ان (أ) اكثر تكيفا من (ب) وهذا اكثر تكيفا من (ج) وهكذا ويمكن اعطاء (أ) المرتبة الاولى في التكيف الاجتماعي بمقارنته مع زملائه , وبنفس الطريقة يعطى (ب) الرتبة الثانية و(ج) الرتبة الثالثة وهكذا . كما ويمكن ترتيب نفس افراد العينة على متغير اخر غير التكيف الاجتماعي كأن يكون الاتجاه نحو المدرسة او مدى نشاط الطالب وفاعليته . وقد يرمز (x) للمتغير الاول و (y) للمتغير الثاني فاذا ما اراد الباحث التعرف على مدى العلاقة الموجودة بين (y , x) وهما متغيران رتبيان فانه يمكن استخدام ما يسمى بطريقة سبيرمان لاستخراج معامل الارتباط والقانون الخاص باستخراج هذا المعامل هو :

$$r_x = 1 - (\sum p^2)/n(n^2 - 1)$$

p الفرق بين الرتبتين

r_x معامل ارتباط سبيرمان

مثال : نفرض ان عشرة اشخاص تم ترتيبهم وفقا لمتغيرين (y , x) كما موضح في الجدول التالي :

الجدول

الاشخاص	رتبة x	رتبة y	p	p^2
1	1	6	-5	25
2	2	3	-1	1
3	3	7	-4	16
4	4	2	2	4
5	5	1	4	16
6	6	8	-2	4
7	7	4	3	9

8	8	9	-1	1
9	9	5	4	16
10	10	10	0	0
			المجموع	92

$r_x = 1 - (6)(92)/10(100 - 1) = 1 - 552/990 = 0.442$

الفصل السادس

اختبار الفرضيات الاحصائية : Testing of Hypothesis

هو من اهم الخصائص التي تميز البحوث الميدانية والتجريبية في مجال التربية وعلم النفس والعلوم الانسانية بصورة عامة . والهدف الاساسي منه هو استنتاج خصائص المجتمع او بعضها من ملاحظة العينة التي اخذت منه وذلك بهدف تعميم ما نتوصل اليه من نتائج في دراستنا لعينة صغيرة على ذلك المجتمع الذي تمثله تلك العينة .

والفرضية الاحصائية هي عبارة عن توقع لمؤشر غير معروف لمجتمع معين او اكثر . فمثلا نتوقع ان يكون مقدار الوسط الحسابي (μ) لمجتمع معين مقدارا قد يساوي (a) . وهنا تكون الفرضية هي ان $\mu = a$ او نتوقع ان يكون متوسط مجتمع معين مساويا لمتوسط مجتمع اخر . وتكون الفرضية في هذه الحالة ان $\mu = \mu_0$.

وقد تكون هذه الفرضيات صحيحة او قد تكون خاطئة . ففي المثال الاول قد تكون قيمة $\mu = a$ او قد لا تكون مساوية له . فان كانت مساوية فنقول ان الفرضية صحيحة واذا كانت النتيجة على عكس هذا التوقع فنقول بانها غير صحيحة .

انواع الفرضيات :

1 – الفرضية الصفرية : وهي يتم اختبارها احصائيا .

2 – الفرضية البديلة : وتكون على عكس الفرضية الصفرية .

ففي المثال الاول : الفرضية الصفرية $\mu = a$

والفرضية البديلة $\mu \neq a$

وفي المثال الثاني : الفرضية الصفرية $\mu = \mu_0$

والفرضية البديلة $\mu \neq \mu_0$

فعندما يضع البحث الفرضية ويقوم باختبارها فانه عادة يكون امام احتمالين للوقوع في الخطأ في اتخاذ القرارات وهما :

1 – ان الباحث قد يتوصل بعد قيامه بالعمليات الاحصائية الى رفض الفرضية الصفرية وقبول الفرضية البديلة في الوقت الذي تكون فيه الصفرية صحيحة

(من دون علم الباحث طبعا) اي ان الباحث يرفض $\mu = a$ ويقبل $\mu \neq a$

ولكن في الحقيقة ان ($\mu = a$) وليس كما توصل اليه الباحث .

في مثل هذه الحالة يتعرض الباحث الى ما يسمى بالخطأ من النمط الاول

(Type I Error)

2 – عندما يقبل الباحث الفرضية الصفرية ويرفض البديلة في الوقت الذي تكون فيه الفرضية الصفرية غير صحيحة فانه بذلك يتعرض الى ما يسمى بالخطأ من النمط الثاني (Type II Error) اي انه مثلا لا يستطيع رفض الفرضية

$\mu = a$ فيقبلها ولكنها في الواقع ليست كذلك وانما $\mu \neq a$.

مثال : لنفرض ان معلما اراد ان يختبر طريقتين في التدريس فوضع الفرضية الصفرية التالية بعد ان اختار مجموعتين من الاطفال الذين سيقوم باجراء التجربة عليهم .

الفرضية الصفرية : $\mu = \mu_0$

الفرضية البديلة : $\mu \neq \mu_0$

حيث ان :

μ = متوسط الدرجات التي يحصل عليها التلاميذ الذين يستخدمون الطريقة التدريسية الاولى.

μ_0 = متوسط الدرجات التي يحصل عليها التلاميذ الذين يستخدمون الطريقة التدريسية الثانية .

لنفرض ان هذا المعلم قام بتطبيق الطريقتين التدريسيتين على المجموعتين من التلاميذ .   ثم قام باجراء العمليات الاحصائية اللازمة لاختبار فرضيته الصفرية

($\mu = \mu_0$) فرفضها. اي وجد ان هناك فرقا بين المتوسطتين وانهما غير متساويين. ولكن في الواقع لو طبقت هاتان الطريقتان على مجتمعين من الاطفال فان النتيجة ستكون متساوية اي ان ($\mu = \mu_0$) . هنا يكون المعلم قد تعرض الى النمط الاول من الخطأ .   اما اذا قبلها اي وجد ان الوسطين متساويان اي ان ($\mu = \mu_0$) ولكن في الواقع هما ليسا كذلك اي ان ($\mu \neq \mu_0$) فانه سيكون قد وقع في الخطأ من النمط الثاني وعلى اية حال فان المعلم في كلتا الحالتين لا يعرف الحقيقة وسيبقى يجهلها

ما دام لا يستطيع اجراء تجربته على كافة افراد المجتمع .

يسمى عادة الخطأ من النمط الاول بمستوى الدلالة الاحصائية او (الفا $\propto$) اما الخطأ من النمط الثاني فيسمى (بيتا β) . وتكون هناك علاقة بين الاثنين عادة .

فكلما ازدادت قيمة (الفا) كلما انخفضت قيمة (بيتا) والعكس بالعكس .

ان الباحث عادة يختبر احصائيا الفرضية الصفرية والتي يقول فيها بان مؤشر المجتمع يساوي مقدارا معينا او يكون مساويا لمؤشر في مجتمع اخر .

وهو يريد قدر امكانه ان يقلل من الخطأ الذي يمكن ان يقع فيه في اتخاذ قراره . وعادة يود ان يقلل الخطأ من النمط الاول اي لا يريد ان يرفض فرضية صفرية عندما تكون في الواقع صحيحة , لذلك يجب عليه ان يقلل هذا الخطأ قدر امكانه باختيار اصغر قيمة لالفا (مستوى الدلالة) .   فاذا كانت قيمة مستوى الدلالة التي يختارها الباحث (01ر0) فهذا افضل من مستوى الدلالة (05ر0) لان الاول يعني احتمال وقوعه في الخطأ سيكون (01ر0) وهو اقل من (05ر0) .

<u>منطقة الرفض</u> :

وهي المنطقة التي اذا وقعت فيها القيمة التي يحصل عليها الباحث فعليه ان يرفض الفرضية الصفرية كما موضح في الشكل :

منطقة الرفض منطقة الرفض

ومنطقة الرفض قد تكون في جهة واحدة وعند ذلك تكون الفرضية البديلة ذات نهاية واحدة وتكتب بالصورة التالية :

اما $\mu > \mu_0$

او $\mu < \mu_0$

ويسمى الاختبار في هذه الحالة بالاختبار ذوالنهاية الواحدة (one-Tailed Test)

او قد تكون في الجهتين كما في الشكل :

$\propto /2$ $\propto /2$

وعند ذلك فان الفرضية البديلة تكتب كما يأتي :

$\mu \neq \mu_0$

ويسمى هذا النوع من الاختبار باختبار ذي النهايتين (Two – Tailed Test)

درجة الحرية :

هي عدد القيم ذات الحرية على التغير . مثلا لنفرض ان لدينا ثلاثة ارقام (4 , 6 , 11) . ان مقدار الوسط الحسابي هو (7) والانحراف عن الوسط هي (-3 , -1 , +4) ان مجموع الانحرافات هو صفر (-3) + (-1) + (+4) = صفر لذلك فاننا اذا عرفنا اي قيمتين (رقمين) فاننا يمكننا التعرف على الرقم الثالث الذي باضافته تكون النتيجة للمجموع تساوي صفرا فاختيار الرقم الثالث يكون حتما وليس حرا اما الحرية فكانت للرقمين الاخرين .

اذا كانت العينة لمجتمع تساوي n فان درجة الحرية هي $(n – 1)$ واذا كانت عينتين n_2 , n_1 فان درجة الحرية هي $(n_1 - 1) + (n_2 – 1)$ واذا كانت

$n_1 = n_2 = n$ فان درجة الحرية هي $(n - 1)$.

مستوى الدلالة :

يستخدم عادة لاختبار دلالة الفرق بين مجموعتين المستوى 1٪ والمستوى 5٪ ومعنى المستوى 1٪ ان الفرق بين المجموعتين له درجة ثقة 99٪ انه فرق حقيقي وان احتمال حدوثه بالصدفة وحدها 1٪ وفي حالة المستوى 5٪ تكون درجة الثقة للفرق هي 95٪ بينما نسبة احتمال حدوث هذا الفرق عن طريق الصدفة هي 5٪ ومن الواضح ان المستوى 1٪ افضل وله درجة ثقة اكبر من المستوى 5٪ . ولا يقبل الفرق على انه فرق حقيقي بين مجموعتين اذا انخفض مستوى الثقة عن 95٪ اي اذا زاد احتمال الحصول على هذا الفرق بالصدفة عن 5٪ .

<u>خطوات اختبار الفرضيات</u> :

هناك خطوات مهمة في اختبار الفرضيات وهي :

1 – تحديد نوع توزيع المجتمع : هناك نوعان من الطرق الاحصائية تستخدم في اختبار الفرضيات :

أ – الطريقة الاحصائية التي تتطلب معرفة نوع التوزيع الاحتمالي للمجتمع تسمى بالطريقة المعلمية (Parametric method) .

ب – الطريقة الاحصائية التي لا تتطلب معرفة نوع التوزيع الاحتمالي للمجتمع تسمى بالطريقة غير المعلمية (Non Parametric method) .

2 – فرضيتا الصفرية والبديلة :

الفرضية الصفرية $H_1: \mu = \mu_0$

الفرضية البديلة $H_0 : \mu \neq \mu_0$

3 – اختيار مستوى الدلالة : وتكون اما (1٪) او (5٪)

4 – المختبر الاحصائي :

هو متغير عشوائي له توزيع احتمالي معلوم . فيجب تحديد هذا التوزيع الاحتمالي حتى يمكن مقارنة قيمة المختبر الاحصائي المحسوب بالتوزيع النظري (اي القيمة الجدولية) له وذلك عن طريق تعيين منطقة الرفض او القيمة الحرجة .

5 – جمع البيانات من العينة وحساب المختبر الاحصائي .

6 – اتخاذ القرار :

اذا وقعت قيمة المختبر الاحصائي في منطقة الرفض ترفض عندئذ الفرضية الصفرية وتقبل بالتالي الفرضية البديلة والعكس بالعكس.

<u>الاختبارات الاحصائية العلمية</u> :

1 – اذا كان توزيع المجتمع حول وسط حسابي μ وعينة واحدة وتبدأ الخطوات في هذه الحالة :

1 – الفرضية الصفرية $H_1 : \mu = a$

2 – الفرضية البديلة $H_0 : \mu \neq a$ حيث a ثابت

3 – اختيار مستوى الدلالة (∝) اما (1٪) او (5٪) .

4 – المختبر الاحصائي :

$$T = \frac{\dot{x} - a}{s / \sqrt{n}}$$

المتوسط الحسابي $\dot{x}$

ت المحسوبة T

الانحراف المعياري s

عدد الافراد n

ثم نستخرج القيمة التائية النظرية باستخدام الجداول مع درجة الحرية $(n - 1)$ ومستوى الدلالة (∝) 1٪ او 5٪ .

5 – اتخاذ القرار : اذا كانت القيمة التائية التي نحصل عليها من القانون مساوية او اكبر من القيمة التائية النظرية فاننا نرفض الفرضية الصفرية H_1 ونقبل الفرضية البديلة H_0 والعكس بالعكس .

مثال : نفرض ان معلما يقوم بتدريس (25) طفلا في مدرسة ما ويريد اجراء دراسة لمعرفة ما اذا كان مستوى ذكاء هؤلاء الاطفال مشابها لمستوى ذكاء الاطفال الاعتياديين الاخرين الذين يكون متوسط ذكائهم عادة $(a = 100)$. لذلك قام هذا المعلم بتطبيق اختبار للذكاء على هؤلاء الاطفال فوجد ان متوسط ذكائهم كان $(\dot{x} = 113.64)$ والانحراف المعياري $(s = 12.14)$.

اراد هذا المعلم ان يختبر الفرضية الصفرية $\mu = 100$ بمستوى دلالة قدره (5٪). وكانت الفرضية البديلة $\mu \neq 100$.

الحل :

$$T = \frac{\dot{x}-a}{s/\sqrt{n}} = \frac{113.64-100}{12.14/\sqrt{25}} = 13.64/2.43 = 5.61$$

درجة الحرية : $25 - 1 = 24$

وبما ان هذا الاختبار ذو نهايتين (لان الفرضية البديلة $\mu \neq 100$) ومستوى الدلالة $= \propto$) (0.05 ودرجة الحرية = 24 , اذن ننظر الى الجدول لنرى القيمة التائية النظرية وهي 2.064) .

بما ان $5.61 > 2.064$ اي ان تاء المحسوبة اكبر من تاء النظرية .

اذن نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة .

اذن الاطفال يختلفون عن مجتمع الاطفال الاعتيادين .

2 – اختبار الفرضيات الخاصة بالفروق بين وسطين حسابيين :

قد يحتاج الباحث الى اتخاذ قرار بالنسبة للفرق بين وسطين حسابيين وعما اذا كان هذان الوسطان الحسابيان لنفس المجتمع ام يمثلان مجتمعين مختلفين .

في هذه الحالة يمكن اختيار العينة باحدى طريقتين هما :

أ – اختيار كل عينة بصورة مستقلة عن الاخرى – اي تكون هناك عينتان من الافراد كل عينة يتم اختيار افرادها بصورة مستقلة عن اختيار افراد العينة الثانية – وكمثال على ذلك عندما يتم اختيار عينتين من التلاميذ تطبق على كل منهما طريقة تدريسية معينة . في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية :

1 – الفرضية الصفرية $H_1 : \mu = \mu_0$

2 – الفرضية البديلة $H_0 : \mu \neq \mu_0$

3 – مستوى الدلالة $\propto = 0.05$ او $\propto = 0.01$

4 – المختبر الاحصائي : $T = \dfrac{\dot{x}1 - \dot{x}2}{\sqrt{\frac{(n1-1)(s1)2+(n2-1)(s2)2}{n1+n2-2}\left(\frac{1}{n1}+\frac{1}{n2}\right)}}$

المتوسط الحسابي للمجموعتين $\dot{x}_1 , \dot{x}_2$ القيمة التائية T التباين للمجموعتين s_1^2 , s_2^2 عدد المجموعتين n_1 , n_2

بعد ان نجد T المحسوبة نجد درجة الحرية وتساوي $n_1 + n_2 - 2$

ثم نجد T النظرية من الجدول عند مستوى دلالة 0٫05 او 0٫01

5 – القرار :

اذا كانت تاء المحسوبة اكبر من تاء النظرية نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة والعكس بالعكس .

مثال : نفرض ان باحث اراد اجراء تجربة يقوم فيها بتطبيق طريقتين تدريسيتين . فقام باختيار عينتين من التلاميذ بصورة عشوائية عدد كل منها (25) تلميذا . وبعد شهر من اجراء التجربة قام بتطبيق اختبار على المجموعتين فحصل على النتائج التالية :

المجموعة الاولى	المجموعة الثانية
$\dot{x}_1 = 7.65$	$\dot{x}_2 = 6$
$s_1^2 = 6.50$	$s_2^2 = 5.90$

المطلوب اختبار الفرضية الصفرية $H_1 : \mu = \mu_0$ مقابل الفرضية البديلة

$H_0 : \mu \neq \mu_0$ عند مستوى دلالة $(\propto = 0.05)$

الحل :

أ – نقوم باستخراج القيمة التائية باستخدام قانون T

$$T = \frac{7.65-6}{\sqrt{\frac{(25-1)(6.50)+(25-1)(5.90)}{25+25-2}\left(\frac{1}{25}+\frac{1}{25}\right)}} = 2.34$$

ب – درجة الحرية = $25 + 25 - 2 = 45$

مستوى الدلالة يساوي 0.05

تكون قيمة تاء النظرية باختبار ذي النهايتين $(T = 2.01)$

ج – القرار :

بما ان $2.34 > 2.01$

اي ان T المحسوبة اكبر من T الجدولية فاننا نرفض الفرضية الصفرية H_1

ونقبل الفرضية البديلة H_0

اذن هناك فروق ذات دلالة احصائية بين الوسطين الحسابيين

وعند مستوى دلالة 0.01 تكون قيمة تاء النظرية هي (2.686)

وبما ان $2.686 > 2.34$

اي ان T الجدولية اكبر من T المحسوبة ففي هذه الحالة نقبل الفرضية الصفرية $H_1 : \mu = \mu_0$ ونرفض الفرضية البديلة $H_0 : \mu \neq \mu_0$ اي انه لا توجد فروق ذات دلالة احصائية بين الوسطين الحسابيين .

ومن هنا يمكن ملاحظة انه اذا رفضت الفرضية الصفرية عند مستوى دلالة (0ر05) فهذا لا يعني بالضرورة انه يمكن رفضها بمستوى دلالة (0ر01) ولكن اذا رفضت الفرضية بمستوى (0ر01) يجب ان ترفض بمستوى (0ر05) .

ب – ان يتم اختيار عينة من الافراد ويقارن بين متغيرين لنفس العينة وهنا تسمى (عينتان مترابطتان) . وكمثال على ذلك عندما يقارن بين الوسط الحسابي لدرجات موضوع معين مع الوسط الحسابي لدرجات موضوع ثان لنفس المجموعة.

ونتبع الخطوات التالية :

1 – الفرضية الصفرية $H_1 : \mu = \mu_0$

2 – الفرضية البديلة $H_0 : \mu \neq \mu_0$

3 – مستوى الدلالة $\propto = 0.01 \quad , \quad \propto = 0.05$

4 – الاختبار الاحصائي : $T = \frac{\sum(x-y)/n}{s(x-y\ )/\sqrt{n}}$

درجات المجموعتين x , y

الوسط الحسابي للفرق بين المجموعتين $\sum(x - y)/n$

الانحراف المعياري للفرق بين المجموعتين $s_{(x - y)}$

القيمة التائية المحسوبة T

درجة الحرية = $(n - 1)$

ثم نجد T النظرية من الجدول باختبار ذي النهايتين .

5 – القرار :

اذا كانت تاء المحسوبة اكبر من تاء النظرية نرفض الفرضية الصفرية

$H_1 : \mu = \mu_0$ ونقبل الفرضية البديلة $H_0 : \mu \neq \mu_0$ والعكس بالعكس .

مثال : قام احد الباحثين باجراء تجربة على عينة من التلاميذ عدد افرادها (100) ولاجل معرفة اثر المتغير المستقل قام بتطبيق اختبارين احدهما قبليا (اي قبل اجراء التجربة) والاخر بعديا (اي بعد اجراء التجربة) ووجد النتائج التالية :

مقدار متوسط الفروق = -7ر02

مقدار الانحراف المعياري للفروق = 8ر02

المطلوب اختبار الفرضية الصفرية $H_1 : \mu = \mu_0$ مقابل الفرضية البديلة

$H_0 : \mu \neq \mu_0$ وذلك عند مستوى الدلالة (0ر01) .

الحل :

أ – نستخرج القيمة التائية من القانون التالي :

$$T = \frac{\frac{\sum x-y}{n}}{s(x-y)/\sqrt{n}} = \frac{-7.02}{8.02/\sqrt{100}} = -\ 8.75$$

ب – نجد قيمة تاء النظرية من الجدول بدرجة الحرية = 99 = (1 – 100)

وبمستوى دلالة (0ر01) باستخدام اختبار ذي النهايتين ومقدارها (2.64-)

ج – القرار :

بما ان $-\ 2.64 > -\ 8.75$

اي ان تاء المحسوبة اكبر من تاء الجدولية

اذن نرفض الفرضية الصفرية $H_1 : \mu = \mu_0$ ونقبل الفرضية البديلة

$H_0 : \mu \neq \mu_0$.

اذن للمتغير المستقل تأثير على المتغير التابع .

المصادر

1 – المدخل الى الاحصاء / تأليف الدكتور خاشع محمود الراوي

2 – الاحصاء الوصفي والاستدلالي / تأليف الدكتور عبدالجبار توفيق البياتي والدكتور زكريا زكي اثناسيوس .